

Ali - Rabie

Frankfurt ²/Main 1969



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550827_0123

DIE ISOSPIN MISCHUNG IM KONTINUUM DER
ATOMKERNE NACH DER EIGENKANALTHEORIE

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Johann Wolfgang Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

vorgelegt von

ALI RABIE

aus KAIRO-Ägypten-VAR

Frankfurt am Main, Dezember 1969



Gedruckt mit Genehmigung der
Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Frankfurt am Main

Dekan	:	Prof. Dr. G. Schneider
Leiter der Arbeit:		Prof. Dr. W. Greiner
Erstgutachter	:	Prof. Dr. W. Greiner
Zweitgutachter	:	Priv.Doiz.Dr. H.G. Wahsweiler

Tag der mündlichen Prüfung:

	Abstract	
I.	Einleitung	
II.	Isospin-Mischzustände	7
III.	Die Eigenkanaltheorie	10
IV.	Isospin Mischung nach der Eigenkanaltheorie	20
V.	Numerische Studie zum Eigenkanalprogramm	26
VI.	Ergebnisse und Diskussion	29
	Literatur	

Abstract:

The isospin admixture in the photodisintegration of light nuclei like C^{12} and O^{16} is investigated. The nuclear problem is treated by using the eigenchannel theory of nuclear reactions in the 1p-1h configuration. It is shown that one can estimate this admixture just by the ratio of the (γ, p) cross section and the (γ, n) cross section. A new model is assumed for the central potential, by which one can get better isospin purity.

I. Einleitung

Heisenberg [1] betrachtete als erster Protonen und Neutronen als verschiedene Zustände des gleichen Teilchens; inzwischen ergaben sich viele Hinweise [2], die Heisenbergs Auffassung bestätigten. Die von ihm eingeführte Größe T wurde später als Isospin-Quantenzahl bezeichnet. E.P. Wigner [3] fand, daß man bei Vernachlässigung der Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Protonen die Isospin-Quantenzahl zur Charakterisierung der Kernzustände benutzen kann. Der Isospin-formalismus liefert Auswahlregeln, nach denen drei für die Kernphysik interessante Reaktionstypen ablaufen: Beta-Zerfall, Teilchenreaktionen und Strahlungsübergänge. Somit führen die Auswahlregeln zu einer Klassifizierung der verschiedenen möglichen Kernzustände nach Kernreaktionen. E.P. Wigner [4] bemerkte als erster die Isospin-Auswahlregeln beim Beta-Zerfall. Die Auswahlregeln bei Teilchenreaktionen sind gewöhnlich einfach [2]. Trainer [5] und Radicati [6] diskutierten schon 1952 die Auswahlregeln für Strahlungsübergänge.

All diese Auswahlregeln sind solange gut erfüllt, wie die Isospin-Quantenzahl eine gute Quantenzahl ist.

Wilkinson [7-9] hat Experimente im Zusammenhang mit der Erforschung der Gültigkeit dieser Auswahlregeln durchgeführt - obwohl die Regeln ($E1$ verboten) in den meisten Fällen verifiziert werden konnten, wurden für einige der verbotenen $E1$ -Übergänge schmale, meßbare Strahlungsbreiten gefunden.

Mac Donald [10] zeigte, daß Wilkinson's Ergebnisse verständlich werden, wenn man annimmt, daß Isospin-Zustände gemischt sind. Dieser Sachverhalt hat folgende Gründe:

1. Massenunterschiede zwischen Neutron und Proton (782 KeV)
2. Coulomb-Wechselwirkung

Während der erste Effekt klein ist [2] und daher gewöhnlich vernachlässigt wird, muß der Einfluß des zweiten Effektes berücksichtigt werden.

Mac Donald [11] berechnete nach dem statistischen Modell den Einfluß des Coulomb-Effektes auf die Isospin-Verunreinigung für die Grundzustände Be^8 , C^{12} , O^{16} und Ne^{20} die jeweils entsprechenden Zahlenwerte $2.6 \cdot 10^{-3}$, $7.5 \cdot 10^{-3}$, $1.9 \cdot 10^{-2}$ und $3.9 \cdot 10^{-2}$. Spätere Rechnungen von Mac Donald [12], die das Schalenmodell benutzen, ergaben für die Verunreinigungswahrscheinlichkeit der Grundzustände von Be^8 , C^{12} und O^{16} die Zahlenwerte $3 \cdot 10^{-4}$, $1 \cdot 10^{-3}$ und $4 \cdot 10^{-3}$.

Die Verletzung der Auswahlregeln ist also sicher über diesen Verunreinigungseffekt zu verstehen. Morpurgo [13] konnte zeigen, daß die Auswahlregel für elektrische Dipol-Übergänge bei (g,g)-Kernen eine Folge der Erhaltung der Ladungsparität wird. Rechnungen von Mac Donald [14] zeigen, daß die Verletzung der Ladungsparität bei E1-Übergängen durch den Coulomb-Wechselwirkungseffekt erklärt werden kann. Man versteht dies, da der Haupteffekt des Coulomb-Potentials bei solchen Kernen in einer Mischung von T=0- und T=1- Zuständen besteht, die Zustände

verschiedener Ladungsparität sind.

Diese Arbeit beschränkt sich auf das Studium von Iso-spin-Verunreinigungen beim Photozerfall leichter Kerne wie C^{12} und O^{16} . Das Charakteristikum des Photoabsorptionsquerschnittes ist die Dipol-Riesenresonanz, die bei allen Kernen erscheint, und deshalb als ein Ausdruck der Eigenschaft der Kernmaterie angesehen werden kann. Die Riesenresonanz liegt für leichte Kerne bei etwa 20 MeV, die entsprechenden Breiten liegen zwischen 3 und 8 MeV.

Die Hauptschwierigkeit beim Studium dieses Problems besteht darin, daß man aus einem Hamilton-Operator die $N \times N$ Streumatrix $S^{J\pi}$ bestimmen muß (dabei bedeutet N die Zahl der offenen Kanäle bei der Energie E , J ist der Kernspin und π die Parität). Die Grundidee zur Lösung dieser Schwierigkeit, die von Bloch 1957 [17] angegeben wurde, besteht darin, daß man den Hamilton-Operator H in zwei Teile H_0 und H' separiert und die S -Matrix in Termen des Spektrums von H_0 entwickelt.

Lane und Robson [18] benutzten die Bloch'sche Methode zur Berechnung von Daten für Resonanzwirkungsquerschnitte bei den Theorien mit verschiedenen Randbedingungen [19-20]. Sie konnten zeigen, daß ihre und andere [21-23] Theorien aus einem Grundformalismus hergeleitet werden können. Die verschiedenen Vorstellungen über Randbedingungen beruhen auf der Unsicherheit über Werte des Kanalradius r_c und der Grenzbedingung b_c . Mahaux und Weidenmüller [24] gaben eine detaillierte Diskussion der Gültigkeit der

Einzel-Niveau Approximation über die R-Matrix [25]; sie fanden, daß diese Gültigkeit durch stark einschränkende Bedingungen an den Kanalradius r_c und die Randbedingung b_c erfüllt wird.

Ein anderer Mangel der R-Matrix-Näherung ist dadurch gegeben, daß die Entwicklung der physikalischen Wellenfunktion in Gliedern von R-Matrix-Basisfunktionen $\lambda >$ am Kanalradius nicht gleichmäßig konvergent ist (Ursache ist die Singularität des Bloch-Operators [26]).

Danos und Greiner [27,28] haben ein Verfahren vorgeschlagen, das zu einem optimal glatten Anschluß an die äußeren Lösungen führt: sie benutzten Eigenvektoren und Eigenphasen der offenen Kanäle als Grenzbedingungen an der Oberfläche des inneren Bereiches.

Man kann das Schalenmodell mit der folgenden Methode auf das Kontinuum ausdehnen [29]:

1. Der Hamilton-Operator des Kerns ist durch $H=H_0 + V$ gegeben (dabei ist H_0 die Summe von Einteilchen-Operatoren, die die jeweilige kinetische und potentielle Energie enthalten - V ist das Potential der Zweiteilchen-Wechselwirkung minus ein Einteilchen-Modellpotential und ist durch $V=\sum V(1,j) - \sum V(1)$ gegeben). Im Unterschied zur Rechnung mit gebundenen Zuständen über das Schalenmodell, wird $V(1)$ als Potential endlicher Tiefe angenommen. Deshalb ist dem Operator H_0 sowohl ein diskretes als auch ein kontinuierliches Spektrum zuzuordnen.

2. Der Hamilton-Operator H wird in einem Hilbert-Raum diagonalisiert, wobei letzterer durch Eigenfunktionen von H_0 mit nicht mehr als einem Nukleon in einem Streueigenzustand von H_0 definiert ist.

Die Anwendung der Eigenkanaltheorie bei der Behandlung des Schalenmodells im Kontinuum geht von folgenden Annahmen aus:

1. Der Hamilton-Operator H wird in folgender Form geschrieben: $H = H_0 + H'$ (dabei ist H_0 die Summe von Einteilchen-Operatoren, H' steht für die übrigen Zweiteilchen-Wechselwirkungen).
2. Der Kanalradius wird nicht willkürlich gewählt. Er muß groß genug sein, daß die Einkörper-Potentiale bei $r = r_0$ vernachlässigt werden können.
3. Die Diagonalisierung von H wird durch die Verwendung eines Teil-Hilbertraumes erreicht.

Eine andere Näherung, die die Methode der gekoppelten Kanäle genannt wird, wurde von Buck und Hill [30] diskutiert. Eine ziemlich gute Anpassung an den Verlauf der Riesenresonanzen bei Photoreaktions-Wirkungsquerschnitten wurde für C^{12} , O^{16} und Ca^{40} [26] beobachtet; andererseits ergab sich aber, daß das Verhältnis von $(\gamma - p)$ - zum $(\gamma - n)$ -Wirkungsquerschnitt nur schlecht wiedergegeben werden konnte. Aus diesem Verhältnis kann man die Isospin-Mischung abschätzen. Dies wird in den Kapiteln 2 und 4 näher diskutiert.

Bei Benutzung der Eigenkanaltheorie erhält man eine neue Näherung zur Abschätzung der Isospin-Beimischung.

Diese Näherung wird im 4. Kapitel dargestellt.

Die Isospin-Mischung im Kontinuum wird am Beispiel der verschiedenen photonuklearen Wirkungsquerschnitte im Riesenresonanzbereich von C^{12} und O^{16} analysiert. Die Diskussion dieser Ergebnisse findet man im 6. Kapitel.

II. Isospin-Mischzustände

Theoretische Betrachtungen (Gell-Mann 1953 [31]) zeigten, daß die $(\gamma - p)$ - und $(\gamma - n)$ -Wirkungsquerschnitte nach Verlauf und Größe identisch sein können - man erwartet dies bei völliger Ladungssymmetrie. Experimentell fand man aber häufig Abweichungen von den Erwartungen für die Wirkungsquerschnitte, z.B. bei C^{12} (E. Hayward 1963 [32a] Allas 1964 [32b]) und Lachstet 1966 [33]).

Für die Isospin-Mischung bei Kern-Photoreaktionen wurde eine einfache Beziehung von Barker und Mann [34] hergeleitet. Bei ihrer Rechenmethode wurde angenommen, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten Funktionen der reduzierten Breiten sind und daß die Protonen- und Neutronenwinkelverteilungen identisch sind. Im folgenden sollen die Grundgedanken der Theorie kurz für C^{12} skizziert werden.

Nach den Vorstellungen des Schalenmodells sind die Wellenfunktionen von B^{11} , C^{11} und C^{12} durch folgende Ausdrücke gegeben:

$$\Psi_{11} = \Psi_{11} (1s^4 1p^7 [43] \frac{1}{2} M_T \frac{1}{2} 1 \frac{3}{2} M) \quad (2.1)$$

wobei $M_T = \frac{1}{2}$ für B^{11} und $= -\frac{1}{2}$ für C^{11}

$$\Psi_{12} = \Psi_{12} (1s^4 1p^8 [44] 000000) \quad (2.2)$$

wobei die letzten sechs Zahlen T , M_T , S , L , J und M definieren. Die Zahlen in eckigen Klammern charakterisieren die Besetzung der bzw. $p^{1/2}$ und $p^{3/2}$ - Zustände. So bedeutet z.B. [43] daß der $p^{1/2}$ -Zustand mit 4 nuklearen und der $p^{3/2}$ -Zustand mit 3 Nuklearen besetzt sind. Die Wellenfunktion Ψ_{12} , die die Riesenresonanz beschreibt,

wird durch die Schalenmodellfunktion $\overline{\Psi}_{12}$ approximiert; $\overline{\Psi}_{12}$ wird aus dem Grundzustand Ψ_{12} durch Anwendung des E1-Operators erhalten (Wilkinson 1955 [35]). Es ist einleuchtend, daß der Hauptbeitrag von $\overline{\Psi}_{12}$ von dem Teil herrührt, der die Anregung eines Teilchens des p-Zustandes in den d-Zustand ausdrückt; das heißt $\overline{\Psi}_{12}$ ist gegeben durch:

$$\overline{\Psi}_{12} = \Psi_{12} \left(\left\{ 1s^4 1p^1 [43] \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1, 1d \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\} 100 \ 11 M \right) = \Psi_{12} (C_1 1) \quad (2.3)$$

Wobei C_1 für alle Quantenzahlen außer T steht. Die von der Coulomb-Wechselwirkung herrührende Mischung, die die Ursache für den Unterschied zwischen den (γ, p) - und (γ, n) -Wirkungsquerschnitten ist, kann durch folgenden Zustand beschrieben werden:

$$\Psi_{12} \left(\left\{ 1s^4 1p^1 [43] \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1, 1d \frac{1}{2} \frac{1}{2} 2 \right\} 000 \ 11 M \right) = \Psi_{12} (C_1 0)$$

Schließlich ist die Wellenfunktion für die Riesenresonanz durch den folgenden Ausdruck gegeben:

$$\Psi_{12}^* = \sum_{T=0,1} \alpha_T \Psi_{12} (C_1 T) \quad (2.4)$$

Die dimensionslose reduzierte Breite für den Zerfall des angeregten Zustandes von C^{12} in entweder $B^{11} + p$ oder $C^{11} + n$ (Kanalspin s, relativer Bahndrehimpuls) ist durch [54]

$$\Theta_{M_T s_L} \propto \delta_{s,1} \delta_{L,1} \sum_T \alpha_T \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2}, M_T - M_T | T 0 \rangle \quad (2.5)$$

gegeben. Für die Differenz der Wirkungsquerschnitte für $C^{12} (\gamma, p) B^{11}$ und $C^{12} (\gamma, n) C^{11}$ erhält man [54]

$$E_{M_T}(\theta) \propto p_{M_T} \left| \alpha_1 + (-)^{\frac{1}{2} - M_T} \alpha_0 \right|^2 (1 - 6 \cos^2 \theta) \quad (2.6)$$

Das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte ist dann gegeben durch

$$\frac{\sigma(\gamma, p)}{\sigma(\gamma, n)} = \frac{P_p}{P_n} \left| \frac{\alpha_1 + \alpha_0}{\alpha_1 + \alpha_0} \right|^2 = \frac{P_p}{P_n} \left| \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right|^2 \quad (2.7)$$

(P_p und P_n bedeuten den p- bzw. n-Durchdringungsfaktor, α steht für die Relativamplitude der Mischung von $T = 0$ zu $T = 1$ im 1^- -Zustand).

Es ist also klar, daß man aus Gleichung (2.5) die Isospin-Mischung berechnen kann - man benutzt dafür den folgenden Ausdruck mit der reduzierten Protonen- und Neutronenbreite δ_p und δ_n :

$$\frac{\delta_p^2}{\delta_n^2} = \left| \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right|^2 \quad (2.8)$$

Genauer wird das Problem der Isospin-Mischung über die Benutzung der Eigenkanaltheorie im 4. Kapitel diskutiert.

III. Die Eigenkanaltheorie

Die formalen Aspekte der Kernreaktion in der Eigenkanaltheorie sind schon früher vorgeführt worden (Danos und Greiner 1966 [28]). Die Hauptidee, die der Eigenkanaltheorie zu Grunde liegt, ist ein vollständiges System degenerierter Kernzustände zu konstruieren, die die S-Matrix und den Hamilton-Operator diagonalisieren.

Die Elemente dieser S-Matrix sind

$$S_{cc'} = \sum_{\nu} V_c^{\nu} e^{2i\delta_{\nu}} V_{c'}^{\nu} \quad (3.1)$$

wobei δ_{ν} , die Eigenphasen der S-Matrix sind. Diese Phasen sind reell, da die Matrix S unitär ist. V_c^{ν} stellt die Amplitude des offenen physikalischen Kanals C dar, mit welcher dieser im Eigenkanal ν enthalten ist.

Es ist verständlich, daß bei einer gegebenen Energie E die S-Matrix eine $N \times N$ Matrix ist, wobei N die Zahl der physikalischen offenen Kanäle ist. Die Ableitung der Formeln für Teilchen-Teilchen und Kernphoto-Querschnitte ist schon von Wahsweiler et al. [36] behandelt worden. Der Vollständigkeit wegen sei hier noch einmal kurz an die wichtigsten Schritte erinnert. Die Wellengleichung des Systems ist dargestellt durch:

$$H \Psi^{\nu} = E \Psi^{\nu} \quad (3.2)$$

wobei der Hamiltonsche-Operator H in der Form

$$H = \sum_c \frac{\hbar^2}{2\mu_c} \nabla_c^2 + V_c(r_c) + \sum_{j \neq c} V_{cj}(r_{cj}) \quad (3.3)$$

gegeben ist.

$V_{ij}^2(r_{ij})$ repräsentiert das zentrale Potential für das Teilchen i , $V_{ij}(r_{ij})$ die Wechselwirkung zwischen Teilchen i und j . Um die Wellengleichung zu lösen, wird (3.3) im Hilbert-Raum der 1-Teilchen -1-Lochzustände diagonalisiert. Die Basiszustände sind also von der folgenden Form:

$$|n_a n_A; j_a j_A m_T, JM\rangle =$$

$$\sum (-)^{j_A - m} \langle j_a j_A, M+m-m | JM \rangle \langle l_a s_a, m_a b_a | j_a M+m \rangle \langle l_A s_A, m_A b_A | j_A m \rangle$$

$$\chi_{s_a}^{b_a} \chi_{t_a}^{m_a} \chi_{s_A}^{b_A} \chi_{t_A}^{m_A} Y_{l_a}^{m_a}(\Omega_a) Y_{l_A}^{m_A}(\Omega_A)$$

$$\frac{U_{n_a l_a j_a}(r_a)}{r_a} \frac{U_{n_A l_A j_A}(r_A)}{r_A} \quad (3.4)$$

wobei die Summation über alle Projektionen erstreckt wird. Die kleinen Buchstaben beziehen sich auf Löcher, die großen auf Teilchen.

$\frac{U(r)}{r}$ ist der radiale Anteil der Wellenfunktion. Unter Gebrauch der Symmetrie-Relation der Glebsch-Gordan Koeffizienten (Rose, 1957 [37]) wird die Gleichung (3.4) auf die folgende Form gebracht:

$$|n_a n_A; j_a j_A m_T, JM\rangle = \sum_J K_{\alpha S l_A j_A}^J Y_{J l_A S}^M \frac{U_{n_A l_A j_A}(r_A)}{r_A} \quad (3.5)$$

wobei

$$K_{\alpha S l_A j_A}^J = (-)^{S+j_A+j_a+l_A} [j_A][S]^{1/2} \left\{ \begin{matrix} S j_a 1/2 \\ j_A l_A J \end{matrix} \right\} \quad (3.6)$$

$[J] = (2J+1)^{1/2} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right\}$ definiert die 6-j Symbole, und α stellt die Quantenzahlenkombination $n_a l_a j_a m_t$ dar.

φ_α bezeichnet die interne Funktion des (A-1) Systems, d.h.

$$\varphi_\alpha = r_a^{-1} U_{n_a l_a j_a} (r_a) \chi_{t_a} \chi_{t_A} \quad (3.7)$$

Die Funktion ist gegeben durch:

$$Y_{J_A S}^M = \sum_{\mu} \langle l_A S, M-\mu, \mu | JM \rangle \psi_{j_a s_A}^{S\mu} Y_{l_A}^{M-\mu}(\Omega_A), \quad (3.8)$$

$$\psi_{j_a s_A}^{S\mu} = \sum_{\nu} (-1)^{1/2-\nu} \langle j_a s_A, \mu+\nu, -\nu | S\mu \rangle Y_{l_a}^{m_a}(\Omega_a) \chi_{s_a} \chi_{s_A}$$

wobei S den Kanalspin repräsentiert, den man durch Kopplung von Spin S_A des zerstreuten Teilchens mit dem Kernspin J_A des (A-1) Teilchen-System erhält.

Ein physikalischer Kanal c wird durch die Quantenzahlen α, l_A und J_A charakterisiert. Die dazugehörige Kanal-funktion $\bar{\psi}_c$ ist durch

$$U_{n_A c} (r_A) \bar{\psi}_c = |n_a n_A, j_a j_A m_t; JM \rangle \quad (3.9)$$

gegeben.

Wir kommen zurück auf die Gleichung (3.1), die wir ausführlich in der folgenden Form (jj-Kopplung aufschreiben:

$$\int_{\alpha' l_A' j_A'}^J r \alpha l_A j_A = \sum_{\nu} V_{\alpha l_A j_A}^{J\nu} e^{2i\delta_J^{\nu}} V_{\alpha' l_A' j_A'}^{J\nu} \quad (3.10)$$

In der Kanalspin-Darstellung $\{\alpha s l\}$, wird daraus

$$\bar{S}_{\alpha' s' l'_A, \alpha s l_A}^{-J} = \sum_{j \delta} K_{\alpha s l_A j}^J S_{\alpha' l'_A j'_A, \alpha l_A j_A}^J K_{\alpha' s' l'_A j'}^J \quad (3.11)$$

definiert,

wobei der Kopplungs-Koeffizient K durch die Gleichung (3.6) gegeben wird.

Die normalisierte $\psi^{\pm}$ Eigenkanalfunktion im asymptotischen Bereich lautet:

$$\psi^{Jv} = \sum_c 1/2 i v_c^{-1/2} V_c^{Jv} [e^{-i\delta_J^v} I_c - e^{i\delta_J^v} O_c] \bar{\psi}_c \quad (3.12)$$

v_c definiert die relative Geschwindigkeit des Teilchens im Kanal c und I_c und O_c sind die radialen einlaufenden bzw. auslaufenden Wellen (Vogt 1962 [38]).

$$\begin{aligned} \bar{I}_c^* = O_c &= e^{-i\omega_c} [G_L(k_c r_c) + i F_L(k_c r_c)] \\ &\rightarrow \exp. [i(k_c r_c - 1/2 l_c \pi - \eta_c \ln(2 k_c r_c))] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Hierbei bezeichnen F_L und G_L die regulären bzw. die irregulären Coulombfunktionen im Fall der Protonen, während sie für Neutronen die Bessel- und Neumannfunktionen multipliziert mit $k_c r$ bedeuten sollen.

Nun kann (3.12) in der folgenden Form notiert werden:

$$\psi^{Jv} = \sum_{\alpha l_A j_A} v_\alpha^{-1/2} V_{\alpha l_A j_A}^{Jv} \left\{ G_{l_A}(k_\alpha r) \sin(\delta_J^v - \omega_{\alpha l_A}) + F_{l_A}(k_\alpha r) \cos(\delta_J^v - \omega_{\alpha l_A}) \right\} \bar{\psi}_{\alpha l_A j_A} \quad (3.14)$$

Wie schon erwähnt, werden die Amplituden $V_c^{J\nu}$ in der Ein-Teilchen - Ein-Loch-Näherung berechnet. Im Innenraum wird (3.2) durch Diagonalisierung gelöst, wobei die Basisfunktionen die besonderen Randbedingungen der Eigenkanalmethode erfüllen müssen.

Man erhält dann

$$\psi = \sum_{\alpha n_A l_A j_A} A_{\alpha n_A l_A j_A}^{J\nu} |n_A n_A, j_A j_A, m_c, JM\rangle^{\nu} \quad (3.15)$$

Die Entwicklungskoeffizienten $A_{\alpha n_A l_A j_A}^{J\nu}$ ergeben sich, wie schon gesagt aus der Diagonalisierung von (3.3). Es ist zu beachten, daß die Wellenfunktionen (3.15) und (3.14) verschieden normiert sind. Die Zustände (3.15) enthalten nämlich (d.h. offene und geschlossene) Kanäle und sind außerdem in der Kugel mit dem Radius a (Kanalradius) auf 1 normiert. Demgegenüber enthalten die auf Einheitsstrom normierten Zustände (3.14) nur offene Kanäle.

Um V_c zu berechnen, ersetzt man sie durch die noch nicht normierten Koeffizienten $C_c^{J\nu}$ und fordert stetigen Übergang der Kanäle in die Kanäle (3.15) bei $r = a$. Nach

$$\begin{aligned} V_c^{-1/2} C_c^{J\nu} [G_c(k_c a) \sin(\delta_J^{\nu} - \omega_c) + F_c(k_c a) \cos(\delta_J^{\nu} - \omega_c)] \\ = \sum_n A_{nc}^{J\nu} U_{nc}^{\nu}(a) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die normierten Koeffizienten V_c sind dann gegeben durch

$$V_c^{jv} = C_c^{jv} / N_j^{jv} \quad , \quad N_j^{jv} = \sqrt{\sum_c (C_c^{jv})^2} \quad (3.17)$$

Um den Wirkungsquerschnitt für Teilchen-Teilchen-Reaktion zu ermitteln, betrachten wir den Fall, daß Teilchen nur in einem bestimmten physikalischen Kanal einfallen, während auslaufende Wellen in allen Kanälen existieren können. Für große Werte von $\vec{r}$ wird diese Situation durch die folgende, entsprechend normierte Wellenfunktion, beschrieben

$$\Psi = v_\alpha^{-1/2} e^{i k_\alpha z} \psi_{\alpha s \mu}^{* s \mu} \varphi_\alpha + i \chi_\alpha \sum_{\alpha' s' \mu'} v_{\alpha'}^{-1/2} Q_{\alpha' s' \mu', \alpha s \mu}(\Omega) \frac{e^{i k_{\alpha'} r_A} \psi_{\alpha' s' \mu'}^{s' \mu'} \varphi_{\alpha'}}{r_A} \quad (3.18)$$

repräsentiert die Quantenzahl des Targetkerns, S und μ ist der Kanalspin und seine Projektion. $\psi^{s\mu}$ und Q_α sind beziehungsweise durch (3.6) und (3.7) gegeben. Die Streuamplitude $Q_{\alpha' s' \mu', \alpha s \mu}(\Omega)$ ist gegeben durch

$$Q_{\alpha' s' \mu', \alpha s \mu}(\Omega) = \sum_{J_1 J_2 m'} i^{L_1} \sqrt{\pi} [L] \langle l s, 0 \mu | J \mu \rangle \langle l' s', m' \mu' | J \mu' + m' \rangle \left[\delta_{\alpha \alpha'} \delta_{s s'} \delta_{l l'} - \bar{S}_{\alpha' s' l', \alpha s l}^J \right] Y_{J, m'}^{*}(\Omega) \quad (3.19)$$

Damit erhält man den Teilchenquerschnitt für die Reaktion

$$\frac{d\sigma_{\alpha \alpha'}}{d\Omega} = \frac{\chi_\alpha^2}{[S_A]^2 [d_\alpha]^2} \sum_{L=0} \sum_{s s'} B_L(\alpha' s', \alpha s) P_L(\cos \theta) \quad (3.20)$$

$$\sum_{s s'} B_L(\alpha' s', \alpha s) = \sum_{J_1 J_2} \frac{[J_1]^2 [J_2]^2}{J_1 J_2} \sin \delta_{J_1}^{J_1} \sin \delta_{J_2}^{J_2} \cos(\delta_{J_1}^{J_1} - \delta_{J_2}^{J_2}) \Theta(\alpha J_1 J_2 J_2) \Theta(\alpha' J_1 J_1 J_2 J_2) \quad (3.21)$$

wobei die Relation zwischen $\Theta (\propto J_1 v_1 J_2 v_2)$ und dem Eigenvektor, der Matrix S durch

$$\begin{aligned} \Theta (\propto J_1 v_1 J_2 v_2) &= (-)^{j_a - 1/2} \sum_{l_1 j_1 l_2 j_2} i^{L+l_1-l_2} [l_1][l_2][j_1][j_2] \\ &\quad \langle l_1 l_2, 00 | L 0 \rangle W(J_1 J_2 j_1 j_2, L j_a) \\ &\quad W(l_1 l_2 j_1 j_2, L 1/2) \\ &\quad V_{\alpha_1 l_1 j_1}^{J_1 v_1} V_{\alpha_2 l_2 j_2}^{J_2 v_2} \end{aligned} \quad (3.22)$$

gegeben ist.

$W(abcd, ef)$ sind Racah-Koeffizienten (Rose 1937[37]).

Der totale Reaktionsquerschnitt für die Reaktion $\alpha \rightarrow \alpha'$ ist dann

$$\sigma_{\alpha\alpha'} = \sum_J \frac{\pi \chi_\alpha^2 [J]^2}{[S_\alpha]^2 [j_a]^2} \sum_{l j l' j'} \left| \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{ll'} \delta_{jj'} - S_{\alpha(l', \alpha l j)}^J \right|^2 \quad (3.23)$$

Wir benötigen für unsere folgenden Untersuchungen auch den Photoabsorptionsquerschnitt. Da die Kopplung der Nuklearen an das elektromagnetische Feld sehr schwach ist, können die Photonenkanäle störungstheoretisch behandelt werden. Man erhält den Photoabsorptionsquerschnitt

$$\sigma_{\pm} = (2\pi/\hbar) (2\pi \hbar \omega e^2/c) S_E \sum_{\nu} |M_{\pm}^{\nu}|^2 \quad (3.24)$$

Die Indizes $\pm$ kennzeichnen die Polarisation der Photonen $M_{\pm}$ stellen die Dipolmatrixelemente (im allgemeinen Fall

die Multimatrixelemente) dar:

$$M_{\pm}^{\nu} = (4\pi/3)^{1/2} \langle f | r Y_{1\pm 1} | i \rangle \quad (3.25)$$

Hierbei bezeichnet $\langle f |$ den Eigenkanalzustand (gegeben durch (3.14) und 3.15) und $| i \rangle$ den Grundzustand des Targets. ρ_E ist die Dichte der Erdzustände, die unter Verwendung der Eigendifferentialmethode von Weyl bestimmt wird. Zu diesem Zweck gehen wir von der Wellenfunktion $\langle f |$ zu der Wellenfunktion $\langle \bar{f} |$ über, die so bestimmt wird, daß ihre Normierung mit ρ_E konsistent ist. Man unterteilt das Energiekontinuum in kleine Intervalle ΔE und definiert dieser Intervalle mittlere Wellenfunktionen. Für sehr kleine ΔE sind diese mittleren Wellenfunktionen nur für extrem große r (sagen wir $r > b$) von den ursprünglichen Kontinuumsfunktionen verschieden. Unter Verwendung von (3.14) kann man dann $\langle \bar{f} |$ für in der Form

$$\langle \bar{f} | = \tilde{N}^{-1} \sum_c v_c^{-1/2} V_c \bar{w}_c(r) \Psi_c \quad (3.26)$$

schreiben, wobei $\bar{w}_c(r)$ die Weyl Wellenfunktion

$$\bar{w}_c(r) = W_c \int_E^{E+\Delta E} w_c(r, E) dE \quad (3.27)$$

ist. Hierbei ist W_c eine Normierungskonstante.

Für $r \geq b$ wird $W_c(r)$ die Form

$$W_c(r) = \frac{\sin(k_c r + \delta - 1/2(\pi))}{r}$$

haben.

Damit $\bar{W}_c(r)$ dieselbe Asymptotik wie $W_c(r)$ besitzt, wählt man die Normierungskonstante $\bar{W}_c$

$$\bar{W}_c = 1/\Delta E$$

Beachtet man, daß $\langle \bar{r} |$ und $\langle \bar{W}_c |$ normierte Funktionen sind, erhält man

$$\bar{N}^2 = 1/2 \pi \hbar (1/\Delta E)$$

und daher

$$b_{\pm} = 4 \pi^2 (e^2 / \hbar c) (\hbar \omega) \sum_{\nu} |M_{\pm}^{\nu}|^2$$

$$M_{\pm}^{\nu} = (4 \pi / 3)^{1/2} \left[1/2 \pi \hbar \sum_c (C_c)^2 \right]^{1/2} \langle \psi^{\nu} | r Y_{1\pm 1} | i \rangle \quad (3.28)$$

Im 5. Kapitel werden wir auf diese Formeln für die H-Matrix eingehen.

Man rechnet die radialen Teilchenwellenfunktionen durch Lösung der Schrödingergleichung

$$\frac{d^2 u_n}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\epsilon_n - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - V(r) \right) u_n(r) = 0 \quad (3.29)$$

Wobei $V(r)$ das Saxon-Woods Kernpotential und das Coulomb-sche Potential enthält.

Die Funktionen $U_n(r)$ müssen die typischen Randbedingungen der Eigenkanaltheorie erfüllen. Mit diesen Einteilchen-funktionen werden die Teilchen-Loch-Zustände gebildet und

die Energie-Matrix berechnet. Die effektive Wechselwirkung zweier Nukleone in einem Atomkern ist von folgender Form

$$V(1,2) = V_0 f(r_{12}) [a_0 + a_{\sigma} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + a_{\tau} \vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2 + a_{\sigma\tau} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)(\vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2)]$$

wobei

$$f(r_{12}) = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad \text{und} \quad a_{\tau} = a_{\sigma\tau} = 0 \quad (3.30)$$

Die Matrixelemente der Energiematrix sind dann im 1-Teilchen-1-Loch-Unterraum

$$H_{bB,aA} = \delta_{ab} \delta_{AB} [\epsilon_A - \epsilon_a] + V_{bB,aA} \quad (3.31)$$

Dabei sind ϵ_a die Lochenergie (welche den experimentellen Daten entnommen wird) und ϵ_A die Teilchenenergie (welche aus (3.29) errechnet werden). Die Matrixelemente außerhalb der Diagonalen sind $V_{bB,aA}$ und durch

$$V_{bB,aA} = (V_0/4\pi) (-1)^{l_A+l_B} [l_a][l_A][l_b][l_B][j_a][j_A][j_b][j_B]$$

$$\sum_{\lambda S} \langle l_a l_A, 00 | \lambda 0 \rangle \langle l_b l_B, 00 | \lambda 0 \rangle [S]^2$$

$$G_S^{m_t m_t'} \begin{Bmatrix} l_a & 1/2 & j_a \\ l_A & 1/2 & j_A \\ \lambda & S & \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_b & 1/2 & j_b \\ l_B & 1/2 & j_B \\ \lambda & S & \end{Bmatrix} \int_0^\infty (u_a u_A u_b u_B / r^2) dr \quad (3.32)$$

gegeben wobei

$$G_S^{m_t m_t'} = a_0 (2 - 2S - \delta_{m_t m_t'}) + a_{\sigma} [2S + (2S-3) \delta_{m_t m_t'} (-)^S] \quad (3.33)$$

IV. Isospin-Mischung nach der Eigenkanaltheorie

Wie schon im 2. Kapitel erwähnt wurde, ist die Coulomb-Wechselwirkung die Hauptursache für die Isospin-Mischung. Es soll hier die Berechnung der Isospin-Beimischung nach der Eigenkanaltheorie betrachtet werden. Dazu muß die durch (3.4) gegebene Wellenfunktion des Teilchen-Lochsystems zunächst präziser angegeben werden. Bei früheren Herleitungen wurde die Kopplung (Wahsweiler u.a. 1968 [36]) zwischen den Isospin-Funktionen von Teilchen und Loch nicht explizit aufgezeigt. Für das Studium der Isospin-Beimischung muß man aber diese Kopplung einführen. Die Teilchen-Loch-Wellenfunktionen sind durch folgenden Ausdruck gegeben

$$|n_a n_R, \dot{a}_a \dot{a}_R, m_t; JMT\rangle = \sum \left\{ (-)^{j_R - m} \langle \dot{a}_a \dot{a}_R, M+m-m | JM \rangle \right. \\
\langle l_a s_a, m_a \bar{a}_a | \dot{a}_a M+m \rangle \\
\langle l_R s_R, m_R \bar{a}_R | \dot{a}_R m \rangle (-)^{1/2 - m_t} \\
\langle t_a t_R, m_t - m_t | TO \rangle \chi_{s_a}^* \chi_{t_a}^{m_t} \\
Y_{l_a}^{m_a}(\varrho_a) \chi_{s_R}^* \chi_{t_R}^{m_t} Y_{l_R}^{m_R}(\varrho_R) \\
\left. \frac{U_{n_a l_a \dot{a}_a}(f_a)}{f_a} \frac{U_{n_R l_R \dot{a}_R}(f_R)}{f_R} \right\} \quad (4.1)$$

Es muß klar festgestellt werden, daß hier der Faktor $(-)^{1/2 - m_t} \langle t_a t_R, m_t - m_t | TO \rangle$ lediglich multiplikativ zur üblichen Teilchen-Loch-Funktion hinzugefügt wurde (keine Summation über m_t !). Die übliche Wellenfunktion wird hierdurch gewissermaßen zur Isospinkopplung aufbereitet. In diesem Sinne sind auch die Quantenzahlen m_t und T im

Vektor $|n_a n_R i j_a j_R m_T i J M T\rangle$ ohne (zunächst)
physikalische Bedeutung.

Benutzt man die in Kapitel 3 angegebene Methode, so erhält man

$$|n_a n_R i j_a j_R m_T i J M T\rangle = \sum_S \mathcal{K}_{\alpha S i_R j_R}^{J T m_T} Y_{J i_R S}^M \varphi_{\alpha} \frac{U_{n_R i_R j_R}(T_R)}{T_R} \quad (4.2)$$

wobei φ_{α} und $Y_{J i_R S}^M$ durch die Gleichung (3.7), bzw. (3.8) gegeben sind; $\mathcal{K}_{\alpha S i_R j_R}^{J T m_T}$ ist ähnlich $K_{\alpha S i_R j_R}^J$ (Beziehung 3.6) und ist durch die folgende Beziehung gegeben

$$\mathcal{K}_{\alpha S i_R j_R}^{J T m_T} = (-)^{1/2 - m_T} \langle 1/2 \ 1/2 \ m_T - m_T | T 0 \rangle K_{\alpha S i_R j_R}^J \quad (4.3)$$

Die S-Matrix-Darstellung hat die Form

$$\int_{\alpha' i_R' j_R' i \alpha i_R j_R}^{J T} = \sum_J V_{\alpha i_R j_R}^{J T} e^{2i \delta_J^v} V_{\alpha' i_R' j_R' i}^{J T} \quad (4.4)$$

(δ_J^v sind keine Funktionen von T). Später wird gezeigt, daß die Eigenphasen der S-Matrix sich bei einer Veränderung des T-Wertes nicht verändern. Aus der Symmetrie der Clebsch-Gordan Koeffizienten folgt

$$|n_a n_R i j_a j_R - 1/2 i J M T\rangle = (-)^T |n_a n_R i j_a j_R 1/2 i J M T\rangle \quad (4.5)$$

und selbstverständlich auch

$$|n_a n_R i j_a j_R 1/2 i J M 0\rangle = |n_a n_R i j_a j_R 1/2 i J M 1\rangle \quad (4.6)$$

Auf Grund der Betrachtungen des vorigen Kapitels versteht man, daß sich die nicht diagonalen Elemente $V_{bB, aA}$ bei einer Veränderung von $T=1$ und $T=0$ dann nicht verändern, wenn die Teilchen B und A den gleichen Wert m_t haben - sie verändern nur ihre Vorzeichen, wenn B und A verschiedene m_t -Werte haben. Es ist leicht zu sehen, daß die Eigenvektoren der S-Matrix von m_t und T folgendermaßen abhängen

$$V_{\alpha l_A j_A}^{J \nu T=0} = (-)^{1/2 - m_t} V_{\alpha l_A j_A}^{J \nu T=1} \quad (4.7)$$

Hierbei ist vorausgesetzt, daß Protonen und Neutronen genau dieselbe Wellenfunktion besitzen. Ein eventueller Unterschied zwischen beiden wird folgendermaßen als Isospin-Mischung berücksichtigt. Wir nehmen an, daß der Zustand vom Spin J Beimischungen von $T=1$ und $T=0$ im Verhältnis α_1 bzw. α_0 enthält. Dann sind die Eigenvektoren für den Protonen- bzw. Neutronenkanal gegeben durch

$$\left. \begin{aligned} V_{\alpha l_A j_A}^{J \nu} &= (\alpha_0 + \alpha_1) V_{\alpha l_A j_A}^{J \nu T=0} && \text{für Protonen} \\ V_{\alpha l_A j_A}^{J \nu} &= (\alpha_0 - \alpha_1) V_{\alpha l_A j_A}^{J \nu T=0} && \text{für Neutronen} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

wobei $V_{\alpha l_A j_A}^{J \nu}$ durch (3.17) gegeben ist.

Nach Kapitel 3 erhält man bei Einführung der reinen Isospin-Zustände für das Verhältnis des realistischen

(also Isospin-Mischung enthaltenden) Verhältnisses $\frac{\bar{b}(\gamma, p)}{\bar{b}(\gamma, n)}$ den folgenden Ausdruck

$$\frac{\bar{b}(\gamma, p)}{\bar{b}(\gamma, n)} = \left| \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_1} \right|^2 \quad (4.9)$$

Man kann das durch (4.9) gegebene Verhältnis mit Rechnungen nach einem theoretischen Modell vergleichen, das die Isospin-Mischung enthält (z.B. durch die sogenannte äußere Mischung, d.h. Berücksichtigung des Unterschieds zwischen Protonen- und Neutronen-Wellenfunktionen im Außenbereich der Kerne). Bei exakter Gleichheit der Protonen- und Neutronen-Wellenfunktionen ergibt sich nämlich für das Verhältnis $\bar{b}(\gamma, p) / \bar{b}(\gamma, n)$ der Wert 1.

Es ist hier noch bemerkenswert, daß die obige Formel (4.9) im Gegensatz zu der Formel (2.7) von Parker und Mann nicht die Durchdringungsfaktoren P_n und P_p enthält. Dies liegt in der unterschiedlichen Auffassung der Isospin-Mischung begründet: Parker und Mann spalten mit dem Faktor $\frac{P_p}{P_n}$ die sogenannte "äußere Mischung" ab und berechnen lediglich mit ihrem Verhältnis $\frac{\alpha_0}{\alpha_1}$ die Isospin-Mischung im Innenraum. Unser Verhältnis $\frac{\alpha_0}{\alpha_1}$ (aus (4.9) berechnet) gibt dagegen ein Maß für die totale Isospin-Mischung.

Jetzt soll diskutiert werden, wie man auf einfache Art die Isospin-Mischungsphänomene abschätzen kann. Praktisch sind in allen Fällen von 1-Teilchen-1-Loch Kontinuum

Rechnungen, diese Beimischung auf zwei Ursachen zurückzuführen:

1. Der Hamilton-Operator des Kerns enthält das Coulomb-Potential mit dem asymptotischen Verhalten $1/r$
2. Die Schwellen für Protonen-Kanäle sind von denen für Neutronen-Kanäle verschieden (wiederum bedingt durch die zusätzliche Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Protonen)

Bei der folgenden Betrachtung ist zunächst das Coulomb-Wechselwirkungspotential vernachlässigt worden. Das geschieht auf folgende Weise: man löst den durch (3.29) gegebenen Radialteil der Schrödinger-Gleichung; $V(r)$ hat dabei die Form

$$V(r) = V_N \left[\mathcal{S}(r) - \gamma \left(\frac{\hbar^2}{2Mc} \right)^2 (\vec{r} \cdot \vec{\sigma}) \frac{1}{r} \frac{d\mathcal{S}(r)}{dr} \right] + V_{\text{corr}} \quad (4.11)$$

M ist die Teilchenmasse und $\gamma \left(\frac{\hbar^2}{2Mc} \right)^2 / V_N$ ist die Spin-Bahn-Kopplungs-Konstante. $\mathcal{S}(r)$ ist in der Saxon-Woods Form durch

$$\mathcal{S}(r) = \left[1 + \exp \left(\frac{r - R_N}{d} \right) \right]^{-1} \quad (4.12)$$

gegeben.

Schließlich ist V_{corr} ein Korrektur term, der den Einfluß des Effektes des Schwellenunterschiedes von p- und n-Kanälen reduziert. V_{corr} wurde positiv konstant (Coulomb-Energie), man setzt es aber aus physikalischen Gründen

nur innerhalb des Potentialverlaufes konstant, aber außerhalb gleich Null. Für numerische Rechnungen ist die folgende Form praktisch

$$V_{\text{corr}} = \frac{V_c}{1 + \exp\left(\frac{r - R_c}{A_c}\right)} \quad (4.13)$$

wobei V_c eine durch die Schwellendifferenz von Neutron-Proton gegebene Konstante ist, d.h. V_c ist durch $V_c = Q_{\text{th}}^n - Q_{\text{th}}^p$ gegeben. R_c und A_c sind Anpassungsparameter, die so gewählt werden, daß V_{corr} innerhalb des Kerns konstant ist und für große r -Werte gegen Null stärker als $1/r$ strebt. Für große r -Werte (R) entspricht die Wellenfunktion des Protons der des Neutrons und ist durch sphärische Bessel- und Neumann-Funktionen zu beschreiben. Das gilt solange V_{corr} bei $r=R$ vernachlässigt werden kann. Auf diese Weise wird eine minimal "äußere" Isospin-Mischung (über der maximalen bei Einschluß der Coulombbarriere für Protonen) erreicht. Andererseits findet man, wenn man das Coulomb-Wechselwirkungspotential in der gewöhnlichen Form verwendet (das Coulomb-Potential hat bekanntlich einen asymptotischen $1/r$ -Verlauf), daß die Protonenschwelle aber auch noch bei großen Abständen gegenüber den Neutronenwellen verzerrt ist. Im 6. Kapitel wird die Wahl der Parameter R_c und A_c diskutiert.

V. Numerische Studie zum Eigenkanalprogramm

Um die Eigenvektoren und die Eigenphasen der S-Matrix auszurechnen, geht man folgendermaßen vor:

1. Man berechnet die geeigneten Parameter für das Wood-Saxon'sche Potential durch Anpassung der experimentellen Niveaus an die Lösungen von Gleichung (4.29). Dies ist für alle Loch- und Teilchen-Zustände durchgeführt worden, die für die Kontinuumsrechnung von Wichtigkeit sind.
2. An einem großen Wert von r , gegeben durch R , bei dem man das Kernpotential vernachlässigen kann, errechnet man die Wellenfunktionen und ihre logarithmischen Ableitungen von allen Teilchen, und zwar für den großen Bereich der Energie, beginnend von E_0 bis $E_{\max}$. Durch Verwendung von Chebyshev Interpolation (Berezin und Zhidkov 1965)[39], erhält man dann die Energie als Funktion der logarithmischen Ableitung.
3. Man berechnet die Eigenphasen δ_0 die einen stetigen Anschluß von Außenraum und Innenraumlösung bei E_0 für die einzelnen Kanäle ergeben.
4. Danach werden die gesuchten Eigenphasen und Eigenvektoren für die offenen Kanäle der Reihe nach berechnet. Sobald die asymptotische Wellenzahl k_0 und die Phasenverschiebung δ vorgegeben sind, können die Randbedingungen der einzelnen Teilchen-Wellenfunktionen leicht

berechnet werden und sowohl die Teilchen-Lochfunktionen als auch die Energiematrix können berechnet werden. Durch Diagonalisieren dieser Matrix erhält man die Eigenvektoren der S-Matrix. In der Praxis kennt man aber nur die Energie E des Coumpoundsystems. Die Wellenzahlen der verschiedenen Kanäle sind gegeben durch

$$k_c^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} (E - Q_c) \quad (5.1)$$

wobei Q_c die Schwellenenergie ist.

Zur Berechnung der Eigenphasen setzt man einen Wert für δ voraus und bildet dann die Energie-Matrix in der oben geschilderten Weise. Durch Diagonalisierung bekommt man die Eigenwerte, die mit $E_\lambda(\delta)$ notiert werden. Man variiert δ , bis man die Wurzel der Gleichung findet.

$$\overline{I}_\lambda(\delta) = E_\lambda(\delta) - E = 0 \quad (5.2)$$

Die Anzahl der Wurzeln dieser Gleichung ist die gleiche wie die Zahl der offenen Kanäle. Jede Wurzel definiert eine Eigenphase, unter deren Verwendung man die Eigenvektoren berechnen kann. Diese Eigenvektoren werden in Gleichung (3.15) mit A_c^v bezeichnet.

5. Kennt man alle Eigenphasen δ^v und alle A_c^v , so bestimmt man die Eigenvektoren der S-Matrix und den Querschnitt für Teilchen-Teilchen und die γ -Absorptions-

reaktionen unter Verwendung der Formeln, die im Abschnitt 3 bereitgestellt sind.

Ein erstes Rechenprogramm für diese Prozedur ist schon von H.G. Wahsweiler im Jahre 1966 erarbeitet worden.

Wir bezeichnen es als Programm I. Dieses Rechenprogramm wurde von Delsanto und Rabie 1968 modifiziert und in Fortran IV umgeschrieben. Es wird als Programm II bezeichnet. Die Hauptunterschiede beider Programme sind die folgenden:

1. In bezug auf Zeitersparnis ist Programm II dreifach schneller als Programm I.
2. Bei der Errechnung von Schritt Nr. 2 erreicht man unter Gebrauch von Programm II größere Genauigkeit als mit Programm I. Die Energien werden mit einer absoluten Genauigkeit von 1 keV, unter Verwendung von Programm II berechnet, während die Genauigkeit von Programm I nur 10 keV beträgt.
3. Im Suchverfahren hat man durch Programm II ständig die Genauigkeit $|\bar{T}_\lambda(\delta)| \leq 1$ keV, während sie 10 keV und möglicherweise auch 100 keV in der Nachbarschaft der kritischen Eigenphase δ_0 bei Verwendung von Programm I erreichen würde.
4. Was die Orthogonalität der Eigenvektoren der S-Matrix betrifft, so ist diese 99% bei Gebrauch von Programm II, aber 95% wenn man Programm I verwendet.
5. Der negative Energiebereich ist im Programm II eingeschlossen, während Programm I nur für den positiven Energiebereich gilt.

VI. Ergebnisse und Diskussion

In dieser Arbeit, die wir hier kurz mit R bezeichnen wollen, haben wir uns auf das Studium der Isospin-Mischung in den 1^- -Zuständen von C^{12} und O^{16} beschränkt. Wir sind dabei ausgegangen von der Lösung der Gleichung (3.29) für die gebundenen Zustände des Neutrons. Das "selbst-konsistente" lokale Potential wurde in Gestalt eines Saxon-Woods-Potentials verwendet

$$V(r) = V_N \mathcal{J}(r) - V_{s.o.} (\vec{\ell} \cdot \vec{s}) \frac{1}{r} \frac{d\mathcal{J}(r)}{dr} \quad (6.1)$$

mit

$$\mathcal{J}(r) = \left[1 + \exp((r - R_N)/d) \right]^{-1} \quad (6.2)$$

Da es das Ziel dieser Arbeit war, den Einfluß des Coulombpotentials auf Isospinunreinheiten zu studieren, wurden die gleichen Werte für die optischen Parameter benutzt wie bei Biedenharn et al. [26]. Sie setzten $R_N = 2.3$ fm und $d = 0.45$ fm im Fall von C^{12} , während sie bei O^{16} $R_N = 3.09$ fm und $d = 0.53$ fm verwendeten. Der Spinbahnparameter $V_{s.o.}$ war der gleiche für C^{12} und O^{16} und wurde einem Fit [30] der Neutronenniveaus in p- und d-Schale in O^{16} entnommen. Dann variierten diese Autoren die Tiefen V_N des Zentralpotentials für die verschiedenen Einteilchenzustände in C^{12} und O^{16} solange,

bis die experimentellen Teilchen- und Lochenergien des Neutrons reproduziert wurden. Im Falle von Protonen war das Potential aus Gleichung (3.29) gegeben durch

$$V(r) = V_N \delta(r) - V_{s.o} (\vec{\ell} \cdot \vec{r}) \frac{1}{r} \frac{d\delta(r)}{dr} + V_{corr} \quad (6.3)$$

wobei die optischen Parameter die gleichen sind wie beim Neutron. V_{corr} ist gegeben durch (4.13) und hat "Saxon-Woods Gestalt". Die Werte von R_c und A_c sind so angepaßt, daß sie die entsprechenden Protonenniveaus reproduzieren.

Die Werte der Parameter sind in der folgenden Tabelle I angegeben.

Tabelle I

Zu- stand	Neutron(n) oder Proton(p)	E	V_N	$V_{S.o.}$	V_C	R_C	A_C	Kern
1S1/2	n	-35	68.33	-	-	-	-	C^{12}
"	p	-31.5	68.33	-	2.76	6	.45	"
1P3/2	n	-18.72	74.83	9.6	-	-	-	"
"	p	-15.96	"	"	2.76	6	.45	"
1P1/2	n	-4.95	68.13	"	-	-	-	"
"	p	-2.20	"	"	2.76	6	.45	"
1d5/2	n	-1.10	87.07	5.3	-	-	-	"
"	p	-	"	"	2.76	6	.45	"
2S1/2	n	-1.86	88.83	-	-	-	-	"
"	p	-	"	-	2.76	6	.45	"
1d3/2	n	3.39	94.64	5.3	-	-	-	"
"	p	-	"	"	2.76	6	.45	"
1P3/2	n	-21.81	57.39	9.64	-	-	-	O^{16}
"	p	-18.33	"	"	3.46	6	.53	"
1P1/2	n	-15.65	"	"	-	-	-	"
"	p	-12.09	"	"	3.46	6	.53	"
1d5/2	n	-4.14	54.94	5.27	-	-	-	"
"	p	-.7	"	"	3.46	6	.53	"
1d3/2	n	.94	"	"	-	-	-	"
"	p	-	"	"	3.46	6	.53	"
2S1/2	n	-3.27	56.82	-	-	-	-	"
"	p	-	"	-	3.46	6	.53	"

Obwohl die Tiefe des Saxon-Woods-Potentials bei C^{12} so groß ist, haben wir nicht versucht einen anderen Parametersatz zum Vergleich heranzuziehen. In der Arbeit von Biedenharn [26], die wir von jetzt an mit Arbeit B bezeichnen wollen, wurde für Protonen das Coulombpotential einer homogen geladenen Kugel mit dem Radius $R_c = R_N$ dem Ausdruck (6.1) hinzugefügt. Beim Aufbau der Energiematrix wurde die Restwechselwirkung in Gestalt von (3.30) benutzt. Die Stärke V_c der Restwechselwirkung wurde als Anpassungsparameter aufgefaßt. Im Falle von C^{12} wurde $V_c = + 500 \text{ MeV fm}^{-3}$ so gewählt, daß die Hauptresonanz im Wirkungsquerschnitt für die Kerndipolabsorption bei 22.6 MeV lag. Bei O^{16} ergab sich ein Wert von 650 MeV fm^{-3} . Die gleichen Werte wurden auch in dieser Arbeit benutzt. Zunächst wollen wir C^{12} untersuchen. Bei den vorliegenden Rechnungen wurden nur 1-Teilchen-1-Loch-Konfigurationen in Betracht gezogen. Für die Berechnung der 1^- -Zustände waren dies im einzelnen folgende (jeweils für Protonen und Neutronen):

$$A^- : d_{5/2}^{-1} p_{3/2}^{-1} ; d_{3/2}^{-1} p_{3/2}^{-1} ; s_{1/2}^{-1} p_{3/2}^{-1}$$

Der Bereich der Kernanregungen, der uns interessiert, erstreckt sich von 16 MeV bis 30 MeV, da die Protonenschwelle bei 15.96 MeV und die (γ, pn) -Schwelle bei 27.4 MeV liegt. Die Experimente zeigen bei γ -Absorption in C^{12} [40] zwei charakteristische Züge:

1. Eine Hauptresonanz bei 22.6 MeV
2. Eine zweite Resonanz bei 25.5 MeV.

Weiter erscheint auf grund der experimentellen Daten der Wirkungsquerschnitt für Photoprotonen glatter als der für Photoneutronen. Der (γ, p) -Querschnitt hat einen Peak bei 22.5 MeV, während im (γ, n) -Querschnitt dort gerade ein Minimum vorliegt. Eine vollständige Schalenmodellanalyse wurde von Measday et al. [41] durchgeführt. Sie haben gezeigt, daß eine recht gute qualitative Beschreibung mit Hilfe von Zuständen reiner Isospins möglich ist, während geringe Isospin-Mischungen benötigt werden um eine quantitative Übereinstimmung zu erzielen.

Die Figuren 1 und 2 zeigen eine Analyse der $C^{12}(\gamma, n)C^{11}$ bzw. $C^{12}(\gamma, p)B^{11}$ -Reaktion, die von Cook et al. [42] und Frederik [43] durchgeführt wurde. In den Figuren 3a und 4a bzw. 5a findet man Darstellungen des totalen Wirkungsquerschnittes für die Kernphotoreaktion (1^-) mit C^{12} , des Querschnittes für die Reaktion $C^{12}(\gamma, n)C^{11}$ bzw. desjenigen für $C^{12}(\gamma, p)B^{11}$, die der Arbeit B [26] entnommen wurden. Dort wurden die gleichen optischen Parameter benutzt, wie sie in Tabelle I gegeben sind, und das Coulombpotential einer homogen geladenen Kugel. Fig. 6 und Fig. 7a zeigen den Quotienten $\sigma(\gamma, p)/\sigma(\gamma, n)$, einmal aus experimentellen Daten [44] und einmal aus den Ergebnissen der Arbeit B [26] berechnet. Die Figuren 3b, 4b, 5b bzw. 7b bringen eine Darstellung des totalen Kern-

photoquerschnittes für den 1^- -Zustand in C^{12} , die Querschnitte für $C^{12}(\gamma, n)C^{11}$, $C^{12}(\gamma, p)B^{11}$ bzw. den Quotienten $\sigma(\gamma, p)/\sigma(\gamma, n)$ der partiellen Querschnitte, wie er aus der Arbeit R folgt. Was die Form des totalen Kernphotoquerschnittes betrifft, die Positionen der Resonanzen und ihre Breiten, so stimmen die Ergebnisse der Arbeiten B und R überein. Die theoretische Breite der Resonanz bei 17.8 MeV (in Arbeit B) ist 0.9 MeV, während die Resonanz, die bei 18.0 MeV (in Arbeit R) erscheint eine Breite von 0.98 MeV hat. Andererseits findet man die Experimentelle Resonanz bei 18.1 MeV. Die Riesenresonanz liegt in Arbeit B bei 22.6 MeV mit einer Breite von 2.1 MeV, während sie in Arbeit R bei 22.8 MeV liegt mit einer Breite von 1.95 MeV. Die entsprechende experimentelle Resonanz erscheint bei 22.8 MeV [40]. Die theoretische Breite ist um 1 MeV kleiner als die experimentelle. Bezüglich der Konfigurationsmischung besteht die 17.8 (oder 18) MeV-Resonanz fast nur aus dem S Zustand und die 22.6 (oder 22.8) MeV-Resonanz zu mehr als 90% aus dem $d_{5/2}$ -Zustand. Die Fläche unter dem γ -Absorptionsquerschnitt zwischen 16 MeV und 28.8 MeV ist gleich 159 mb. MeV in Arbeit B, während sie in Arbeit R gleich 140 mb. MeV ist. Der experimentelle Wert [45] liegt etwa bei 110 mb. MeV. Dies bedeutet, daß die Theoretischen Ergebnisse recht gut mit dem Experiment übereinstimmen. Nun besteht der Hauptunterschied zwischen Arbeit B und Arbeit R darin, daß sich in Arbeit B eine Isospin-Mischung

ergibt, die vom Coulombpotential und den unterschiedlichen Schwellenergien verursacht wird, während in Arbeit B angenommen wird, daß diese Isospinunreinheiten minimal sind. Das erkennt man auch, wenn man Fig. 7a und Fig. 7b vergleicht. In Fig. 7a sinkt der Quotient $\bar{v}(\delta, p) / \bar{v}(\delta, n)$ unter 1 und erreicht den Wert 0.35 bei 30 MeV, während er in Arbeit R von 24 MeV bis 30 MeV den Wert 0.99 hat. Wenn es nun keine Isospinunreinheiten gäbe, d.h. T eine gute Quantenzahl wäre, dann sollte der Quotient gleich 1 sein. Aus Gleichung (4.9) findet man bei Benutzung der Ergebnisse aus Arbeit B:

$$\left| \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_1} \right|^2 = 0,35 \leadsto \alpha^2 = \left| \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \right|^2 = 0,058 \quad (6.4)$$

Andererseits erhält man aus den Ergebnissen von Arbeit R für α^2 den Wert 0.00000625

$$\alpha^2 = 0.00000625 \quad (6.5)$$

Unter Benutzung von Gleichung (4.9) ergibt sich aus dem Experiment [46]

$$1.27 = \left| \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_1} \right|^2 / \alpha^2 = .0038 \quad (6.6)$$

Aufgrund von (6.4) und (6.5) kann man sagen, daß sich nach Anwendung der im 4. Kapitel diskutierten Methode keine Isospinunreinheiten ergeben.

Diskutieren wir nun den Fall von O^{16} :

Biedenharn et al. (Arbeit B) berechnete auch γ -Absorptionsquerschnitte für O^{16} . Sie benutzten die gleichen optischen Parameter wie Buck und Hill in ihren "Coupled Channel"-Rechnungen [30]. Die Potentialparameter für das Neutron sind in Tabelle 1 gegeben. Für Protonen nahmen sie bis auf ± 0.5 MeV dieselbe Tiefe an wie beim Neutronenpotential, addierten aber das Coulombpotential einer homogen geladenen Kugel mit einem Radius $R_C = R_N$ hinzu.

Ebenso wie in C^{12} wurde auch in O^{16} (Arbeit R) der entsprechende Korrekturterm für Protonen dem Potential hinzugefügt und die analoge Rechnung durchgeführt.

Fig. 8 zeigt die experimentellen Daten für die γ -Absorption. In den Figuren 9a, 10a und 11a findet man den totalen γ -Absorptionsquerschnitt, den (γ, p) - und den (γ, n) -Querschnitt aus Arbeit B und in Fig. 9b, 10b und 11b die entsprechenden Größen aus Arbeit R. In beiden Arbeiten, B und R, wurden wie üblich folgende (1-Teilchen-1-Loch)-Neutronen- und Protonenfigurationen bei der Berechnung der O^{16} 1^- -Zustände berücksichtigt:

$$A^-: d_{5/2} \bar{p}_{3/2}^{-1} ; d_{3/2} \bar{p}_{3/2}^{-1} ; s_{1/2} \bar{p}_{3/2}^{-1} ; d_{3/2} \bar{p}_{1/2}^{-1} ; s_{1/2} \bar{p}_{1/2}^{-1}$$

In Tabelle II bringen wir einen Vergleich der verschiedenen Positionen der 1^- -Niveaus aus Rechnungen mit gebundenen Zuständen und der Kontinuumsrechnungen (Arbeiten B und R) mit den experimentellen Ergebnissen.

Tabelle II

Brown[48]	Gillet[49]	Arbeit B	Arbeit R	Haupt- konfi- guration	Experimental
MeV	MeV	MeV Γ (MeV)	MeV Γ (MeV)		MeV Γ (MeV)
13.7	13.6	13.3 .2	13.2 .4	$P_{1/2}^{-1} S_{1/2}$	13.1 .015[50.51]
17.6	18.1	17.4 .4	17.4 .4	$P_{1/2}^{-1} d_{3/2}$	17 1.5[52]
20.	19.6	19.5 .3	19.65 .6	$P_{3/2}^{-1} S_{1/2}$	21 [51]
22.2	22.7	21.9 1.1	22 1	$P_{3/2}^{-1} d_{5/2}$	22.3 .8[50]
25	25.4	24.3 br.	24.5 br.	$P_{3/2}^{-1} d_{3/2}$	24.3 .8[50]

In Arbeit B wurde noch eine 1 MeV breite Resonanz bei 16.9 MeV gefunden, die einem T=0-Zustand zugeordnet wurde. Der Unterschied in den Positionen der Resonanzen in den Arbeiten B und R beträgt höchstens ± 0.2 MeV. Die Fläche unter den γ -Absorptionsquerschnitt ist in der Arbeit B gleich 286 mb.MeV und in Arbeit R gleich 270 mb.MeV. Der experimentelle Wert [45] liegt bei 136 ± 16 mb.MeV. Die experimentelle Analyse [44] des Quotienten ist in Fig. 12, die theoretischen Ergebnisse aus Arbeit B sind in Fig. 13a und diejenigen aus Arbeit R in Fig. 13b gezeigt. Der experimentelle Wert von $\bar{\sigma}(\gamma, p_0) / \bar{\sigma}(\gamma, n_0)$ liegt oberhalb von 21 MeV erstaunlich gleichbleibend bei ungefähr 1. Der in der Arbeit R berechnete Quotient hat für Energien oberhalb 22 MeV etwa konstant den Wert 0.99, während sich aus Arbeit B im Energiebereich zwischen 20 und 25 MeV ein Wert von 1.35 ergibt, der erst bei mehr als 25 MeV etwa konstant gleich 0.85 wird. Etwas störend wirkt die Tatsache, daß es in Fig. 12 bei 19 MeV eine Abnahme von $\bar{\sigma}(\gamma, p_0) / \bar{\sigma}(\gamma, n_0)$ gibt, während man in Fig. 13a bei 19.5 MeV einen Peak erkennt. In Fig. 13b ist solch ein merkwürdiger Peak nicht vorhanden. Man kann nun die Isospin-Mischung in den 1^- -Zuständen der Eigenkanalrechnung abschätzen. Da bei gutem Isospin T der Quotient $\bar{\sigma}(\gamma, p_0) / \bar{\sigma}(\gamma, n_0)$ gleich 1 sein sollte, erhält man mit Hilfe der Gleichung (4.9)

a) aus Arbeit B

$$\left| \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_1} \right|^2 = 0,85 \leadsto \alpha^2 = \left| \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \right|^2 = 0,0016$$

b) aus Arbeit R

$$\left| \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_1} \right|^2 = 0,99 \quad \leadsto \quad \alpha^2 = 0,00000625$$

c) aus dem Experiment [46]

$$\left| \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_1} \right|^2 = 1,05 \quad \leadsto \quad \alpha^2 = 0,00012$$

Wir sehen also, daß unser Modell, welches äußere Isospin-Mischungen minimalisiert, tatsächlich weitgehend $\alpha_0 \approx 0$ ergibt, während die realistischen Rechnungen von Delsanto und Wahsweiler [26] zu Isospin-Mischungen in der Größenordnung von typisch 5% führt. Es ist aus dieser Untersuchung klar ersichtlich, daß diese Mischung fast ausschließlich von der sogenannten "äußeren" Mischung (external mixing) herrührt.

Figure Captions

Fig.1: Vergleich des $C^{12}(\gamma, n) C^{11}$ -Querschnitts von Cook et al. [42] mit der Photo-Neutron-Ausbeute von Firk et al. [53].

Fig.2: Vergleich des $C^{12}(\gamma, p) B^{11}$ -Querschnitts von Frederick und Scherick [43] mit dem Querschnitt ermittelt durch die Inversion der $B^{11}(p, \gamma) C^{12}$ -Reaktionen [32b].

Fig.3a: Der totale theoretische 1^- -Kernphoto-Querschnitt von C^{12} nach [26].

Fig.3b: Der berechnete totale Kernphoto-Querschnitt von C^{12} gemäß Kapitel 4.

Fig.4a: Der berechnete $C^{12}(\gamma, p) B^{11}$ -Reaktions-Querschnitt nach [26].

Fig.4b: Der Berechnete $C^{12}(\gamma, p) B^{11}$ -Reaktions-Querschnitt gemäß Kapitel 4.

Fig.5a: Der berechnete $C^{12}(\gamma, n) C^{11}$ -Reaktions-Querschnitt nach [26].

Fig.5b: Der berechnete $C^{12}(\gamma, n) C^{11}$ -Reaktions-Querschnitt gemäß Kapitel 4.

Fig.6: Das Verhältnis gemessen $\sigma(\gamma, p)/\sigma(\gamma, n)$ für C^{12} nach [44].

Fig.7a: Das berechnete Verhältnis $\sigma(\gamma, p)/\sigma(\gamma, n)$ für C^{12} nach [26].

Fig.7b: Das berechnete Verhältnis $\sigma(\gamma, p) / \sigma(\gamma, n)$ für O^{12} gemäß Kapitel 4.

Fig.8: Der totale experimentelle Kernphoto-Querschnitt für O^{16} nach Burgov et al. [47].

Fig.9a: Der totale theoretische 1^- -Kernphoto-Querschnitt von O^{16} nach [26].

Fig.9b: Der berechnete totale Kernphoto-Querschnitt von O^{16} gemäß Kapitel 4.

Fig.10a: Der berechnete $O^{16}(\gamma, p) N^{15}$ -Reaktions-Querschnitt nach [26].

Fig.10b: Der berechnete $O^{16}(\gamma, p) N^{15}$ -Reaktions-Querschnitt gemäß Kapitel 4.

Fig.11a: Der berechnete $O^{16}(\gamma, n) O^{15}$ -Reaktions-Querschnitt nach [26].

Fig.11b: Der berechnete $O^{16}(\gamma, n) O^{15}$ -Reaktions-Querschnitt gemäß Kapitel 4.

Fig.12: Das gemessene Verhältnis $\sigma(\gamma, p) / \sigma(\gamma, n)$ für O^{16} nach [44].

Fig.13a: Das berechnete Verhältnis $\sigma(\gamma, p) / \sigma(\gamma, n)$ für O^{16} nach [26].

Fig.13b: Das berechnete Verhältnis $\sigma(\gamma, p) / \sigma(\gamma, n)$ für O^{16} gemäß Kapitel 4.

Literaturverzeichnis

- [1] Heisenberg, W., Z.f.Physik, 1, 77 (1932)
- [2] Temmer, G.M. "International Course of Nuclear Physics"
International Center for Theoretical Physics,
Trieste/Italy (1966)
- [3] Wigner, E.P., Phys.Rev. 51, 106, 947 (1937)
- [4] Wigner, E.P., Phys.Rev. 56, 519 (1939)
- [5] Trainor, L.E.H., Phys.Rev. 85, 962 (1952)
- [6] Radicati, L.A., Phys.Rev. 87, 521 (1952)
- [7] Wilkinson, D.H., Phil.Mag. 44, 547, 1019 (1953)
- [8] Wilkinson, D.H. and Clegg, A.B., Phil.Mag. 44, 1269,
1322, (1953)
- [9] Jones, G.A. and Wilkinson, D.H., Phys.Rev. 90, 722 (1953)
- [10] Mac Donald, W.M., Phys.Rev. 98, 60 (1955)
- [11] Mac Donald, W.M., Phys.Rev. 100, 51 (1955)
- [12] Mac Donald, W.M., "Nuclear Spectroscopy Part B",
edited by Fay Ajcenberg-Selove (1960) p. 932
- [13] Morpurgo, G., Nuovo Cimento 12, 60 (1954)
- [14] Mac Donald, W.M., Phys.Rev. 101, 271 (1956)
- [15] Hayward, E., Proc.International School of Physics,
Varenna 1966 (course 36) p. 559
- [16] Goldhaber, M and Teller, E., Phys.Rev. 74, 1046 (1948)
- [17] Block, C, Nucl.Phys. 4, 503 (1957)
- [18] Lans, A.M. and Robson, D., Phys.Rev. 151, 774 (1966)
- [19] Kapur, P.L. and Peierls, R.E., Proc.Roy Soc. (London)
A166, 277 (1938)
- [20] Wigner, E.P. and Eisenbud, L., Phys.Rev. 72, 29 (1947)
- [21] Feshbach, H., Ann.Phys. (N.Y.) 5, 357 (1958)

- [22] Radberg L, Phys.Rev. 124, 210 (1961)
- [23] Mac Donald, W.M., Nucl.Phys. 54, 393 (1964); 56, 636 (1964)
- [24] Mahaux, C, and Weidenmüller, H.A., Ann.Phys. (N.Y.)
32, 259 (1965)
- [25] Lane. A.M. and Thomas, R.G., Rev.Mod.Phys. 30, 257 (1958)
- [26] Biedenharn, L.C., Danos, M., Delsanto, P.P., Greiner, W.
and Wahsweiler, H.G., to be published 1969.
- [27] Danos, M. and Greiner, W., Phys.Rev. 138, B93 (1965)
- [28] Danos, M. and Greiner, W., Phys.Rev. 146, 708 (1966)
- [29] Mahaux, C.and Weidenmüller, H.A., "Shell Model Approach
to Nuclear Reactions" (1969)
- [30] Buck, B. and Hill, A.D., Nucl.Phys. A95, 271 (1967)
- [31] Gell-Mann, M. and Telegdi, V.L., Phys.Rev. 91, 169 (1953)
- [32a] Hayward, E., Rev. of Mod.Phys. 35, 324 (1963)
- [32b] Allas, R.G., Hanna, S.S., Meyer-Schützmeister, L. and
Segel, R.E., Nucl.Phys. 58, 122 (1964)
- [33] Lochstet, W.A. and Stephens, W.E., Phys.Rev. 141, 1002 (1966)
- [34] Barker, F.C. and Mann, A.K., The Phil.Mag. 2, 5 (1957)
- [35] Wilkinson, D.H., "Proceeding of the Glasgow Conference
on Nuclear and Meson Physics", p. 161 (1954)
- [36] Wahsweiler, H.G., Greiner, W. and Danos, M., Phys.Rev.
170, 893 (1968)
- [37] Rose, M.E. "Elementary Theory of the Angular Momentum",
New York 1957
- [38] Vogt, E., Rev.Mod.Phys. 34, 723 (1962)
- [39] Berezin, S. and Zhidkov, N.P., "Computing Methods" (1965)
- [40] Spicer, B.M., Adv. in Nucl.Phys., Vol.2 (1968)
- [41] Measday, D.F., Clegg, A.B. and Fisher, P.S., Nucl.Phys.
61, 269 (1965)

- [42] Cook, B.C., Baglin, J.E.E., Bredford, J.N. and Griffin, J.E., Phys.Rev. 143, 724 (1966)
- [43] Frederik, D.E. and Sherik, A.D., Phys.Rev. 176, 1177 (1968)
- [44] Wu, C.P., Firk, F.W.K. and Philips, T.W., Phys.Rev.Lett. 20, 1182 (1968)
- [45] Wyckoff, J.M., Ziegler, B., Koch, H.W. and Uhlig, R., Phys.Rev. 137B, 576 (1965)
- [46] Segel, R.E. "Isobaric Spin in Nuclear Physics" Proceeding of the Conference on Isobaric Spin in Nuclear Physics, Tallahassee, Florida, p. 194 (1966)
- [47] Burgov, N.A., Danilyou, G.V., Dolbilkin, B.S., Lazareva, L.E. and Nikolaev, F.A., Soviet Phs., JETP 16, 50 (1963)
- [48] Brown, G.E., Castillejo, L. and Evans, J.A., Nucl.Phys. 22, 1 (1961)
- [49] Gillet, V. and Vinh-Mau, N., Nucl.Phys. 54, 321 (1964)
- [50] Tanner, N.W., Thomas, G.C. and Earle, E.D., Nucl.Phys. 52, 45 (1964)
- [51] Schardt, A., Fowler, W.A. and Lauritsen, Phys.Rev. 86, 527 (1952)
- [52] Earle, E.D. and Tanner, N.W., Nucl.Phys. A95, 241 (1967)
- [53] Firk, F.W.K., Lakan, K.H. and Bowey, E.M., in proceeding of the Conference on Direct Interactions and Nuclear Reaction Mechanism, Padua (1962)
- [54] Lans, A.M. and Thomas, R.G., Rev.Mod.Phys. 30, 257 (1958)

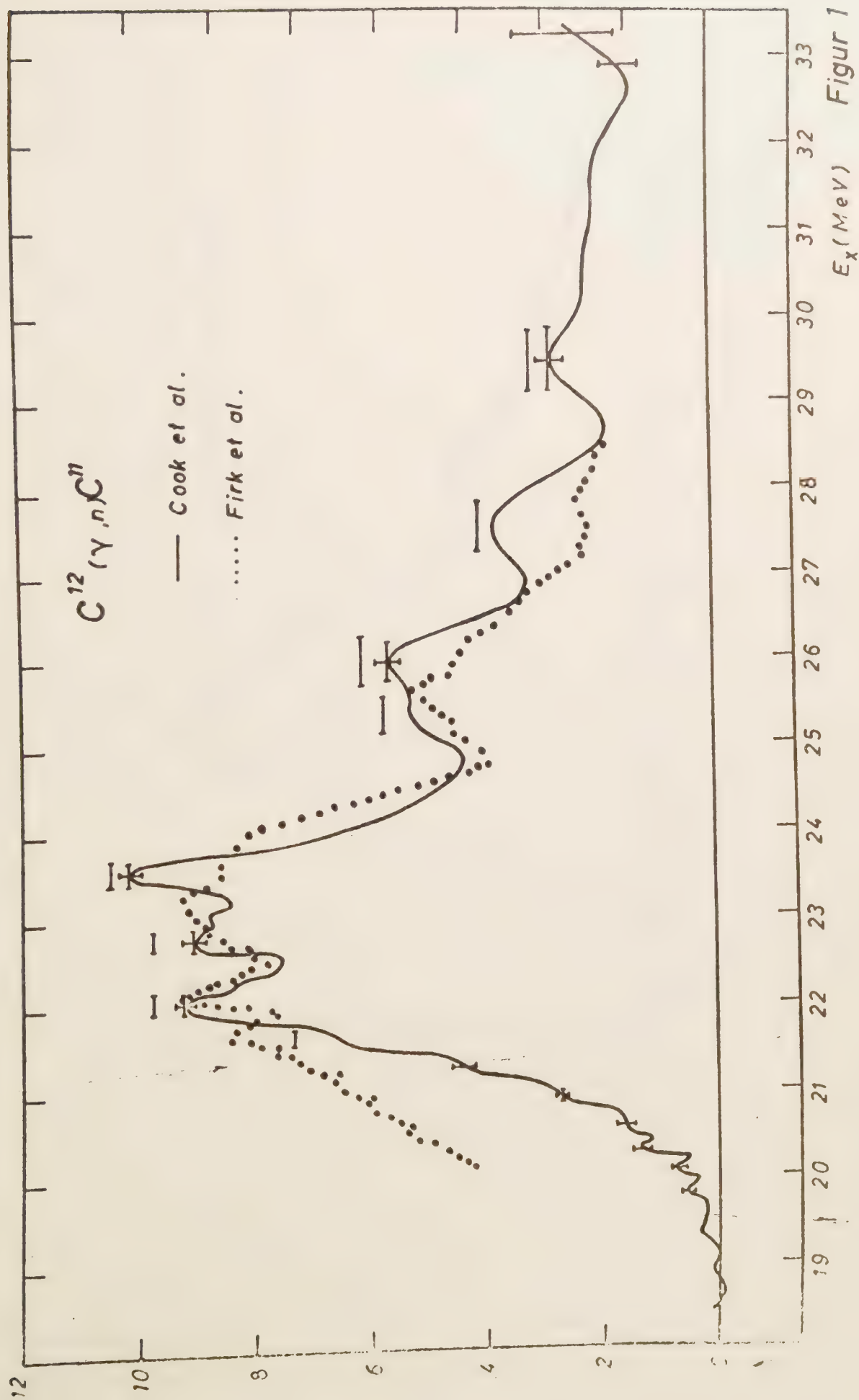
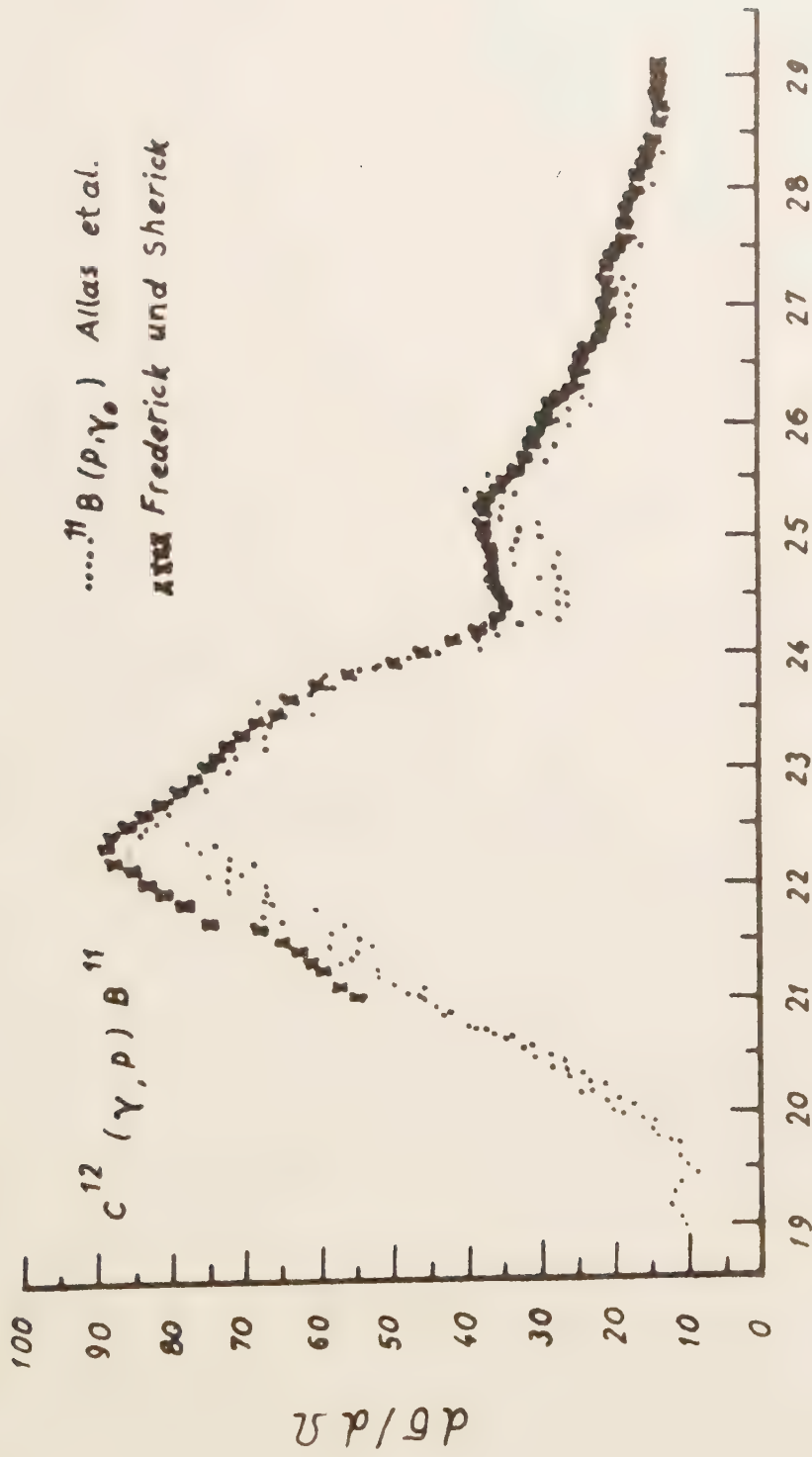
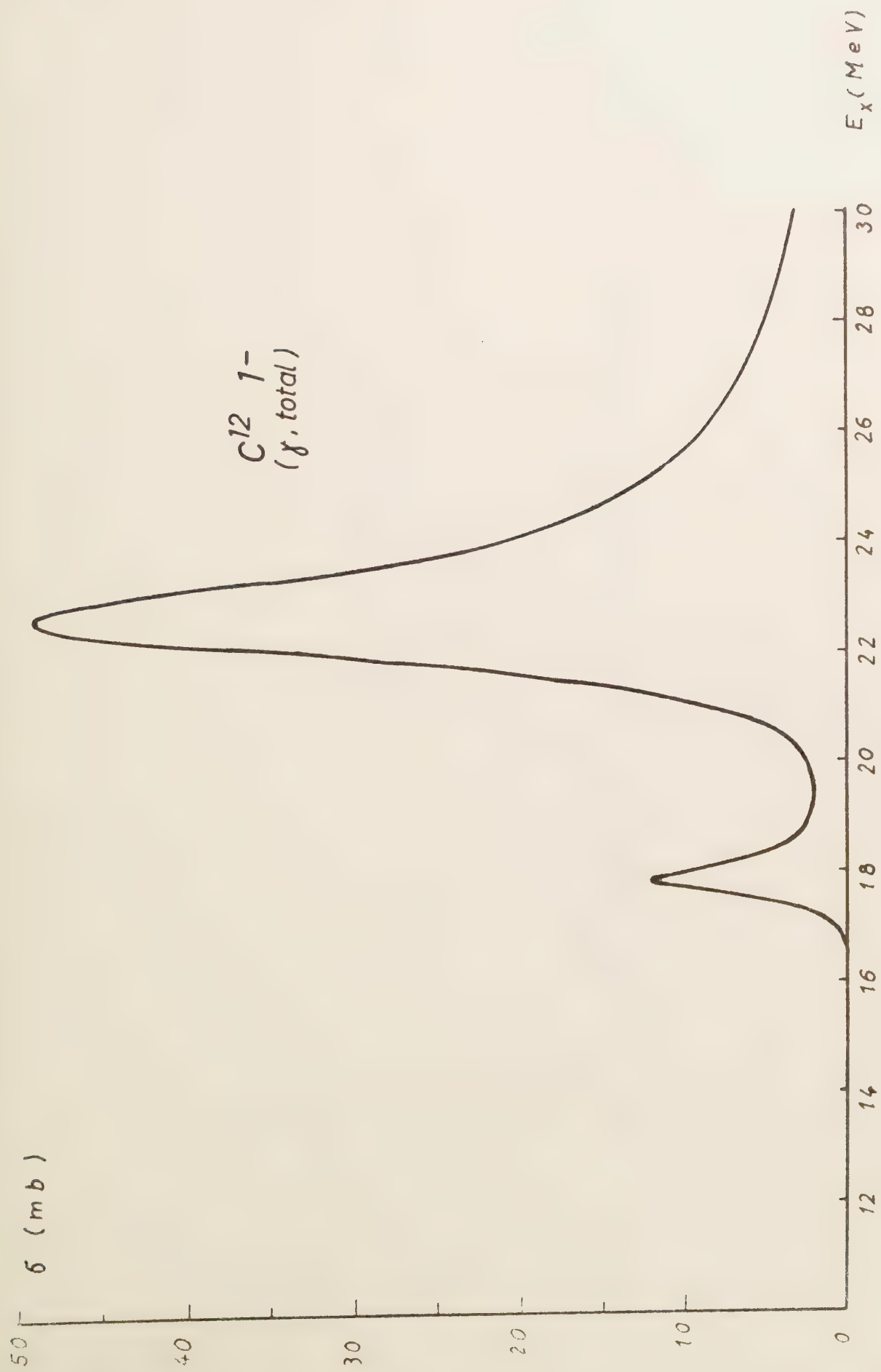


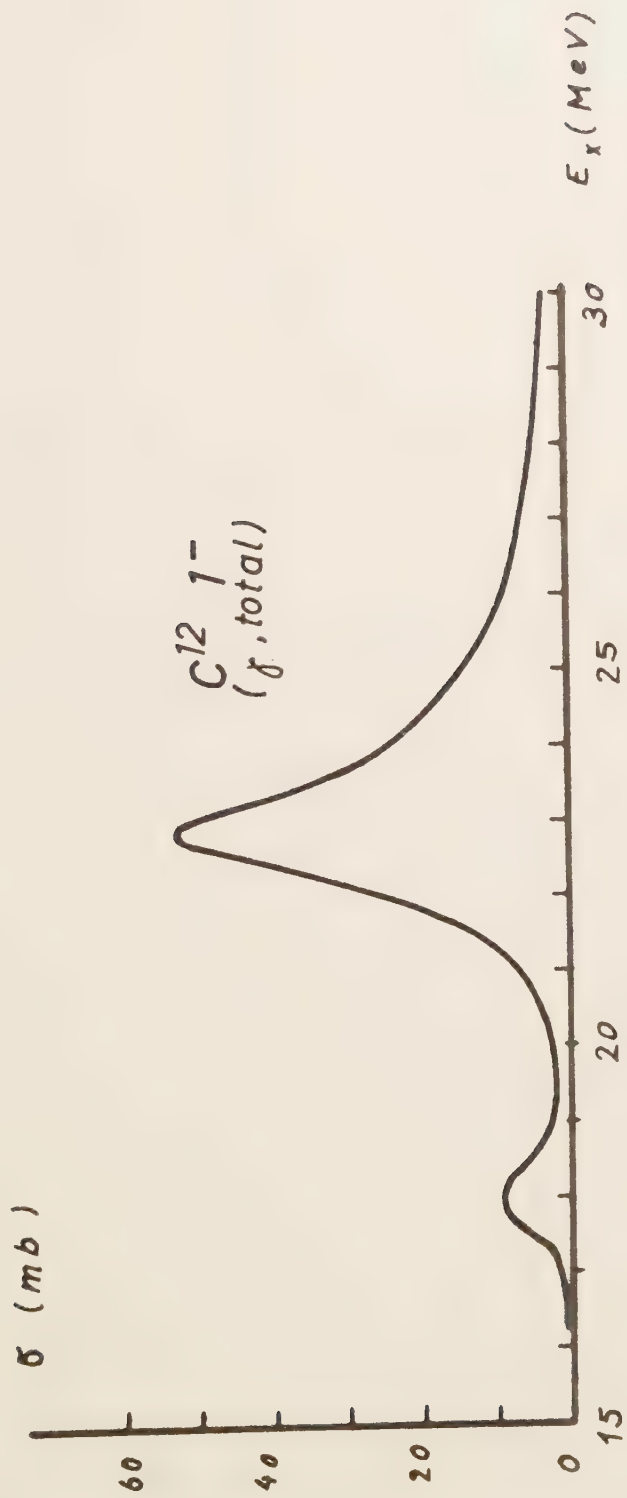
Figure 1



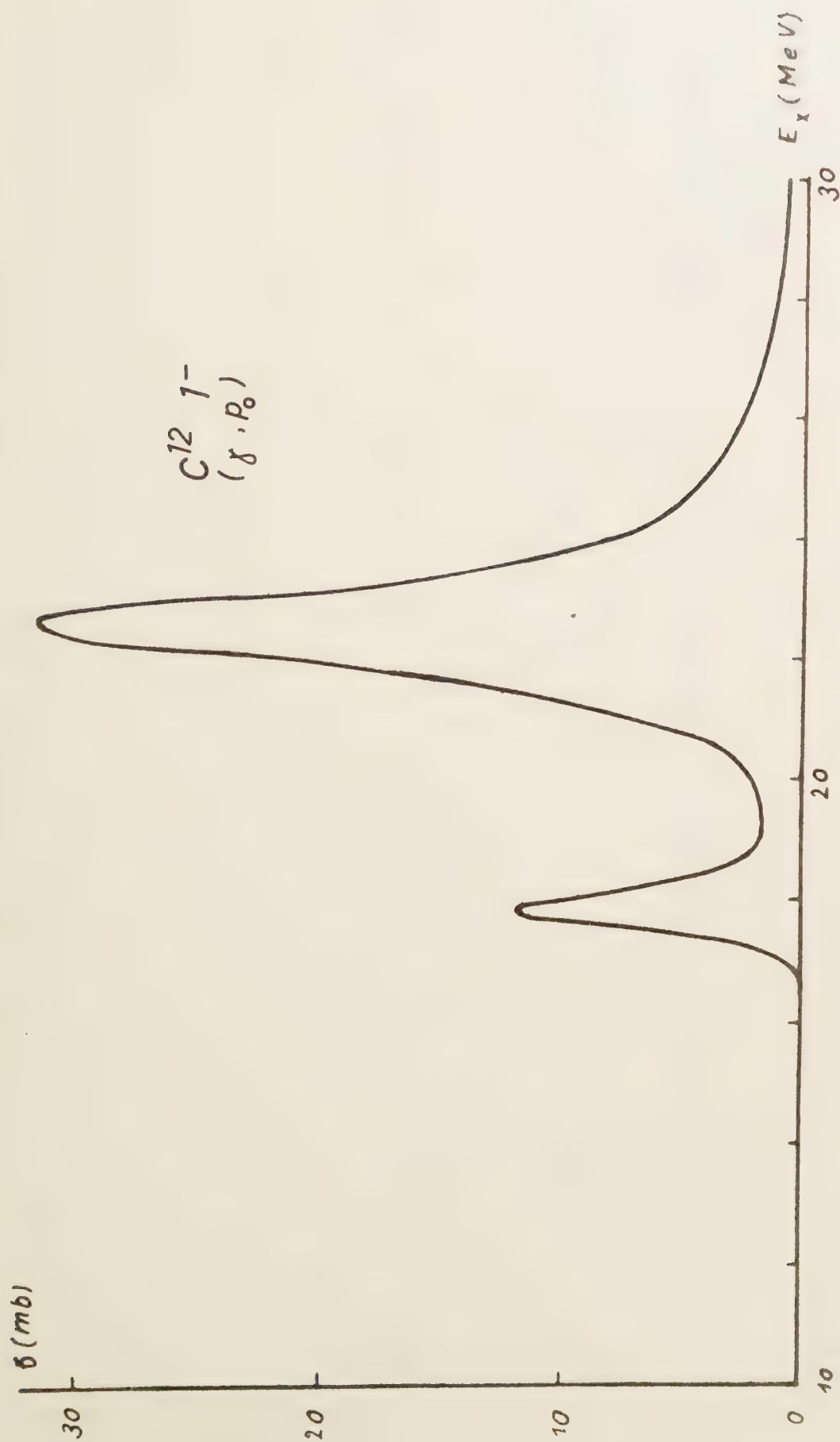
Figur 2



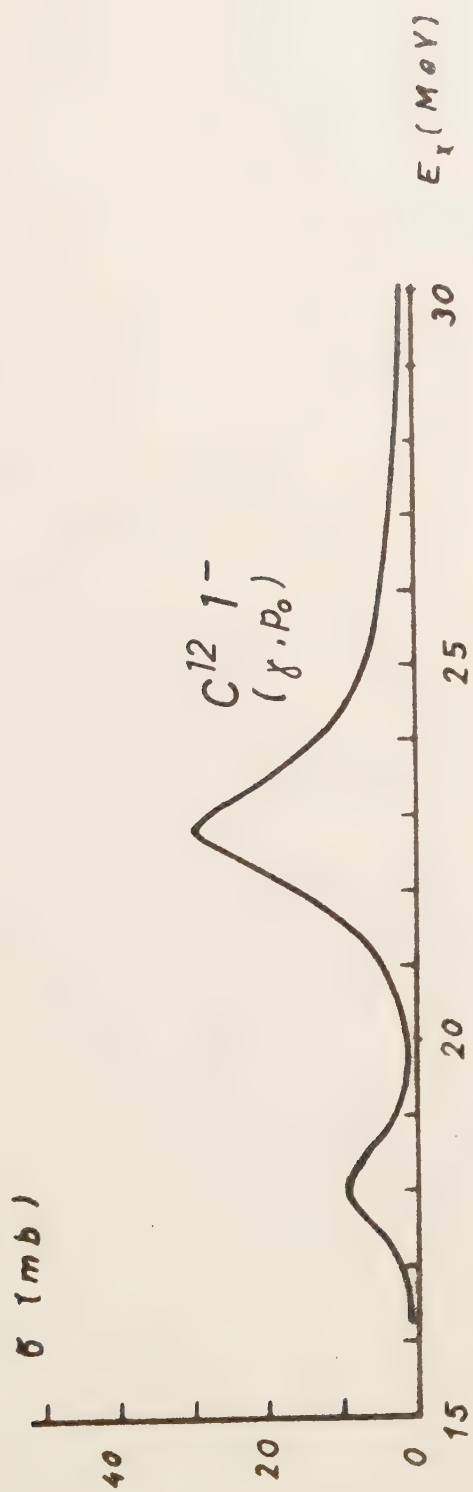
Figur 3a



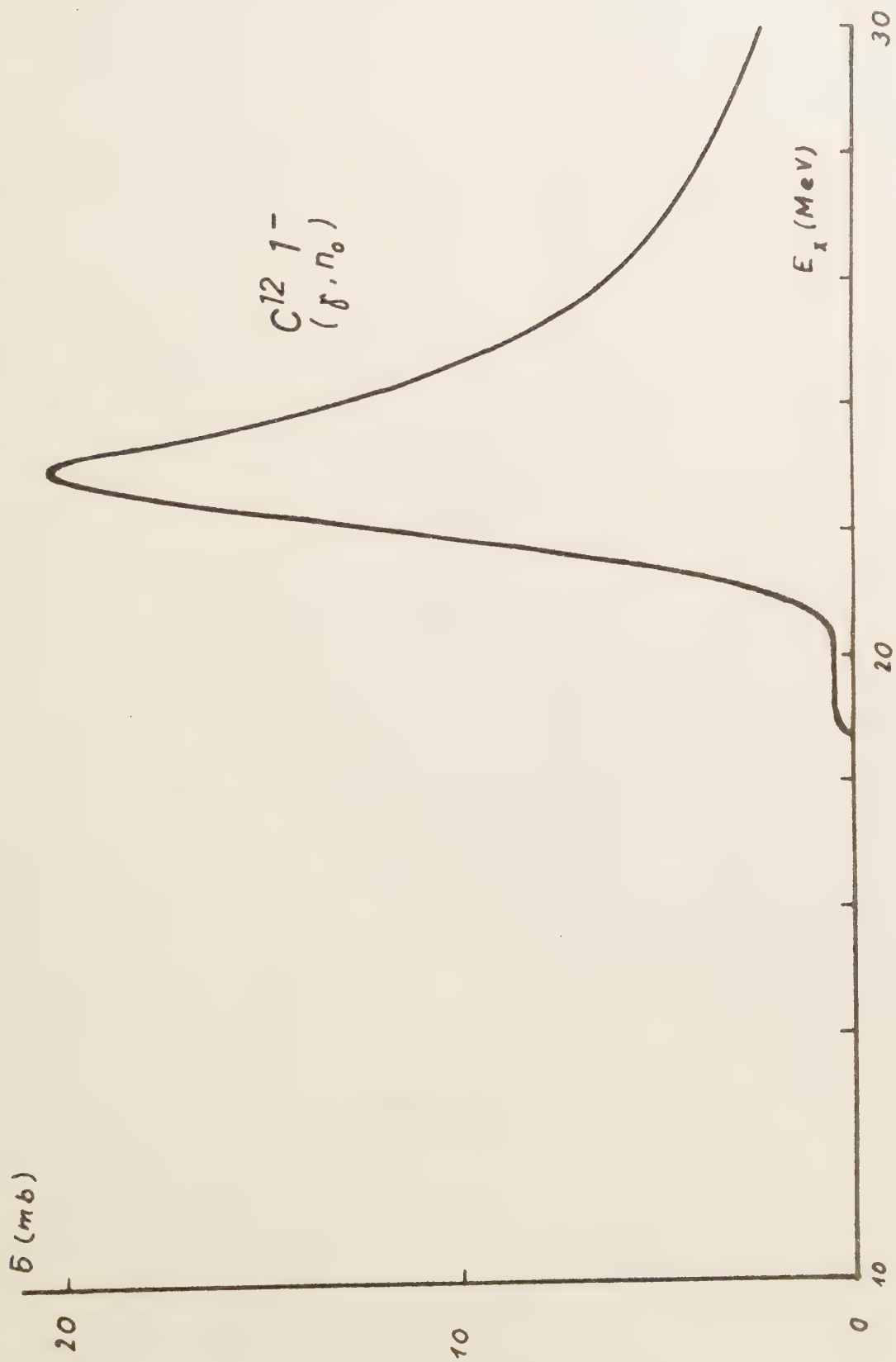
Figur 3b



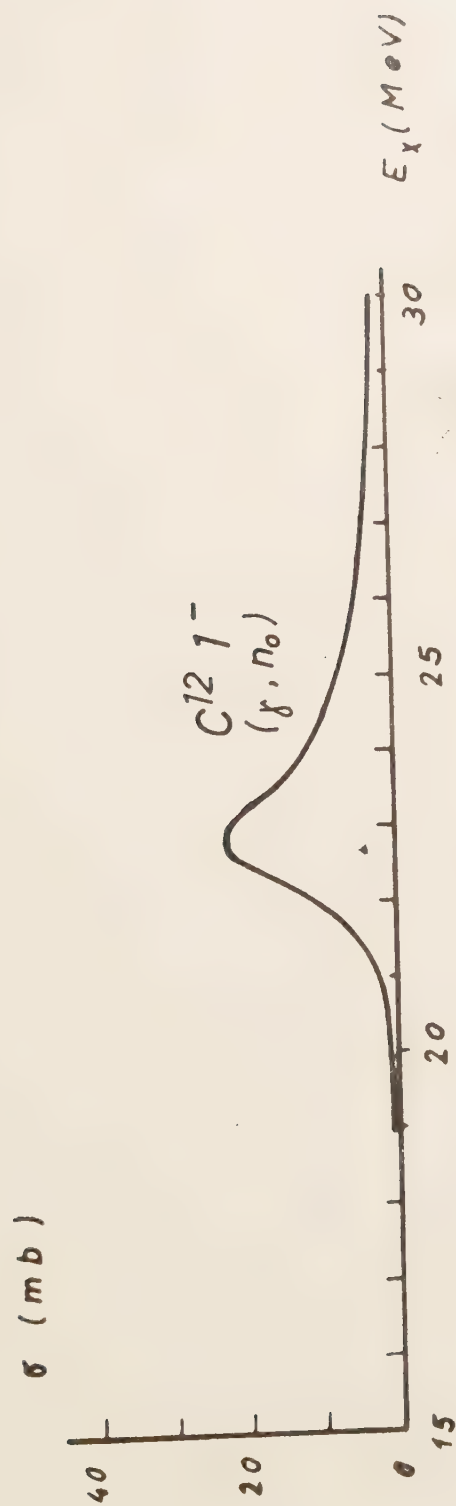
Figur 4a



Figur 4b



Figur 5a



Figur 5b

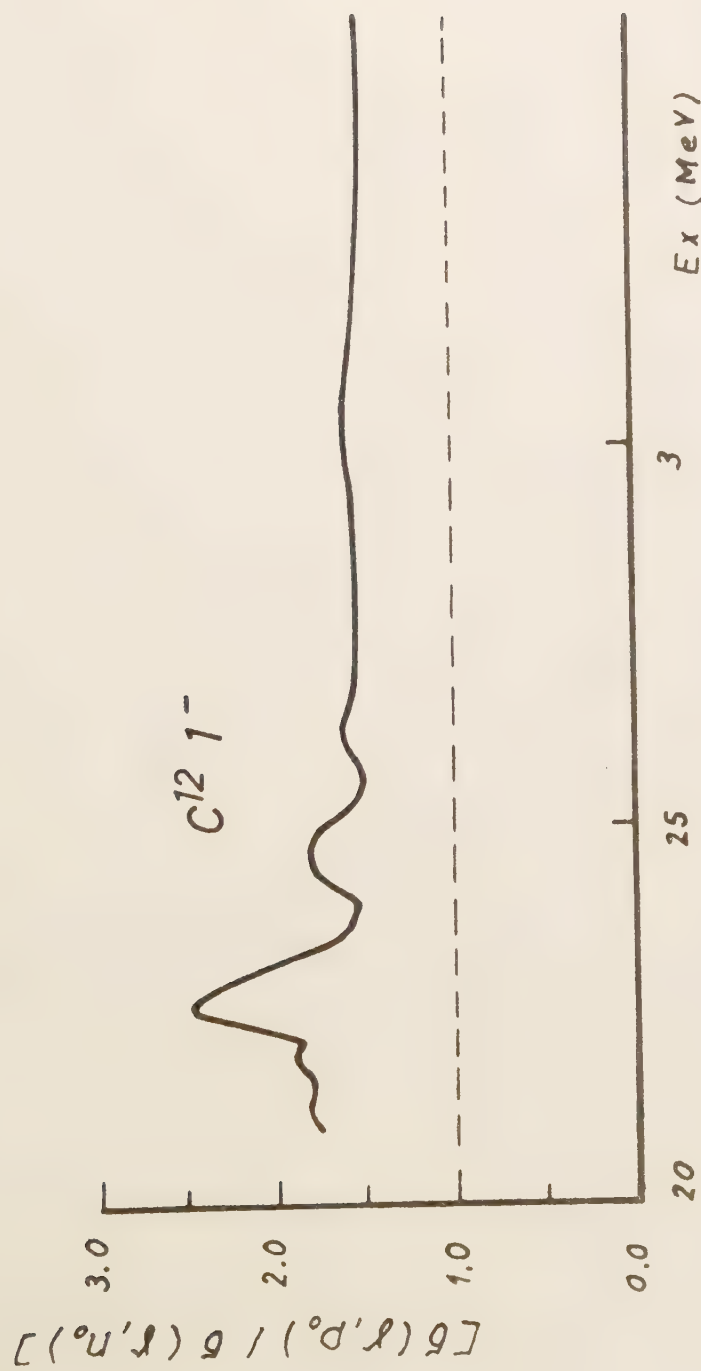
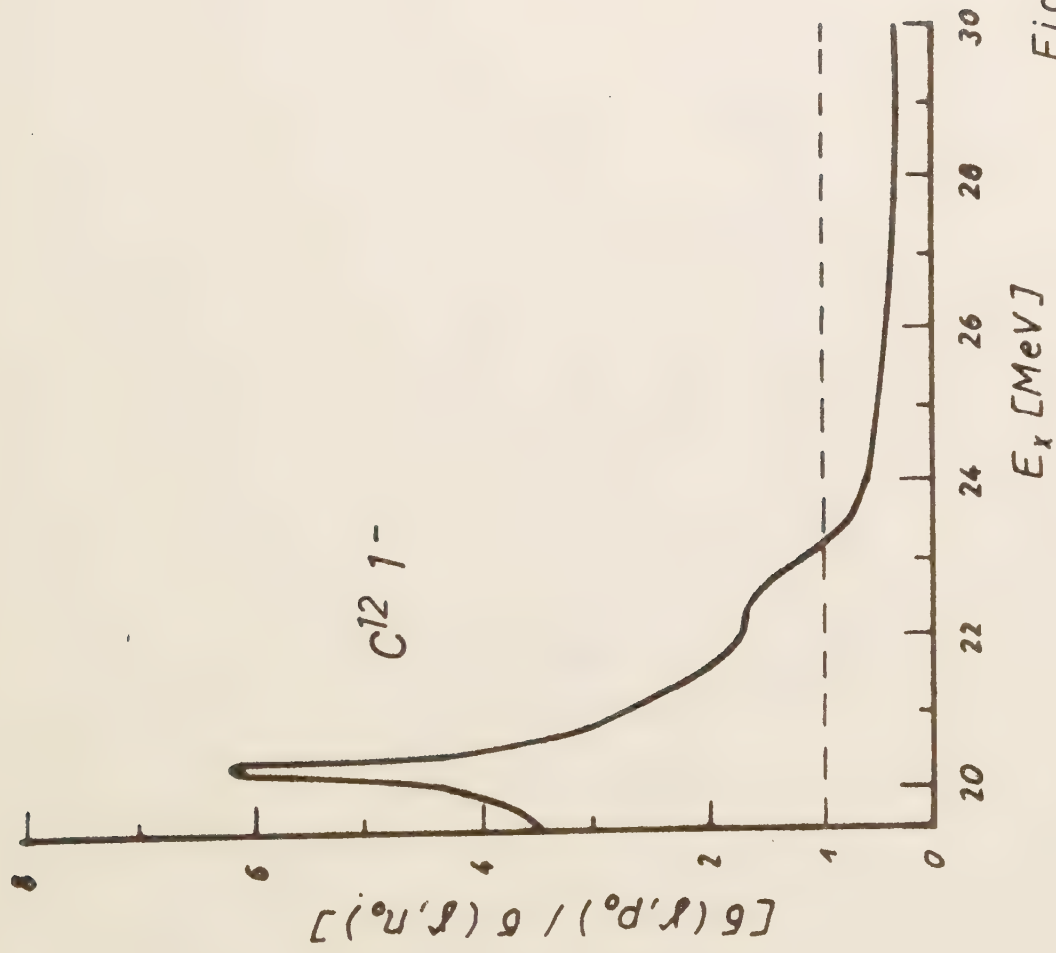
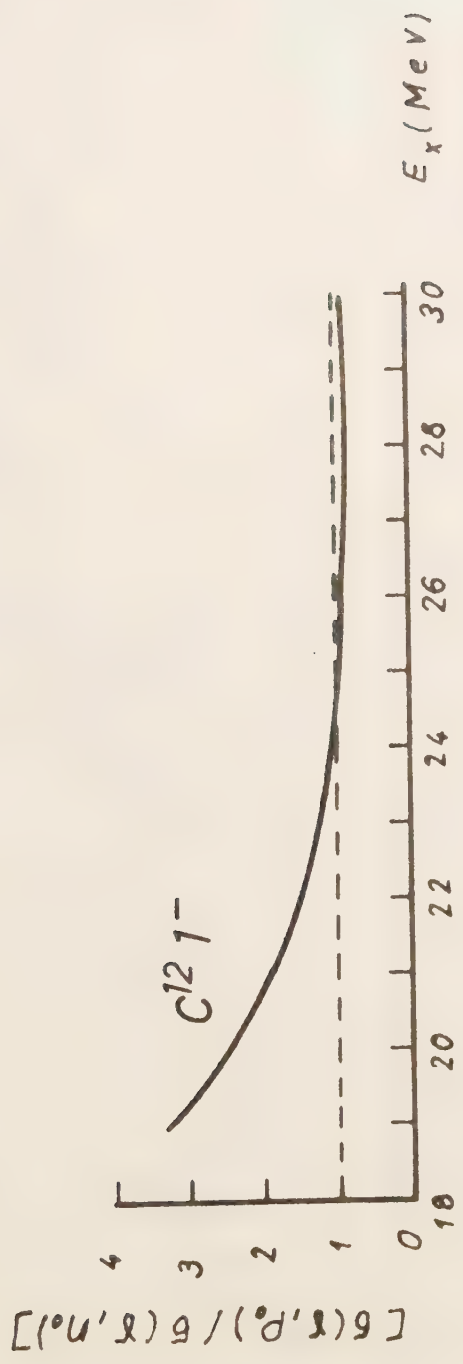


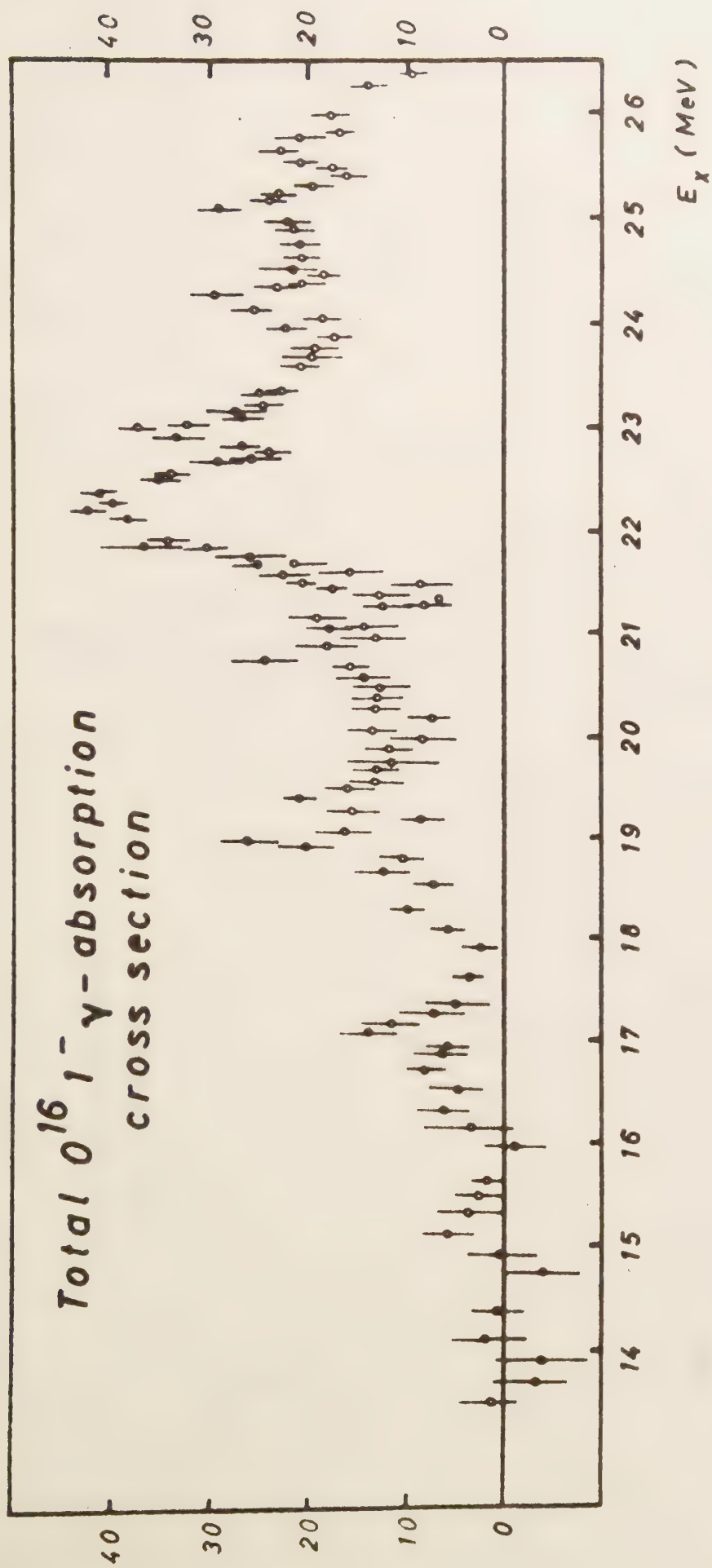
Figure 6



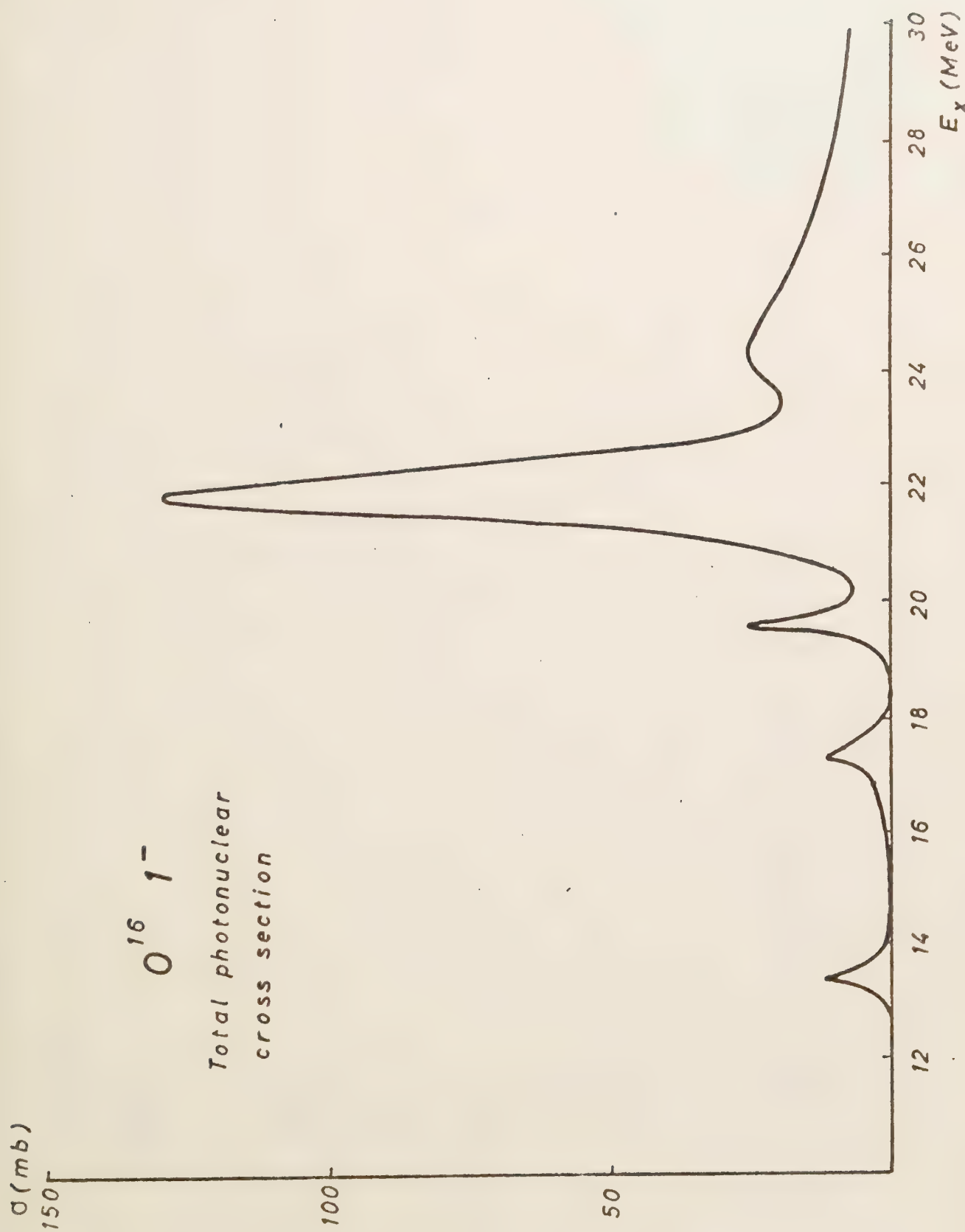
Figur 7a



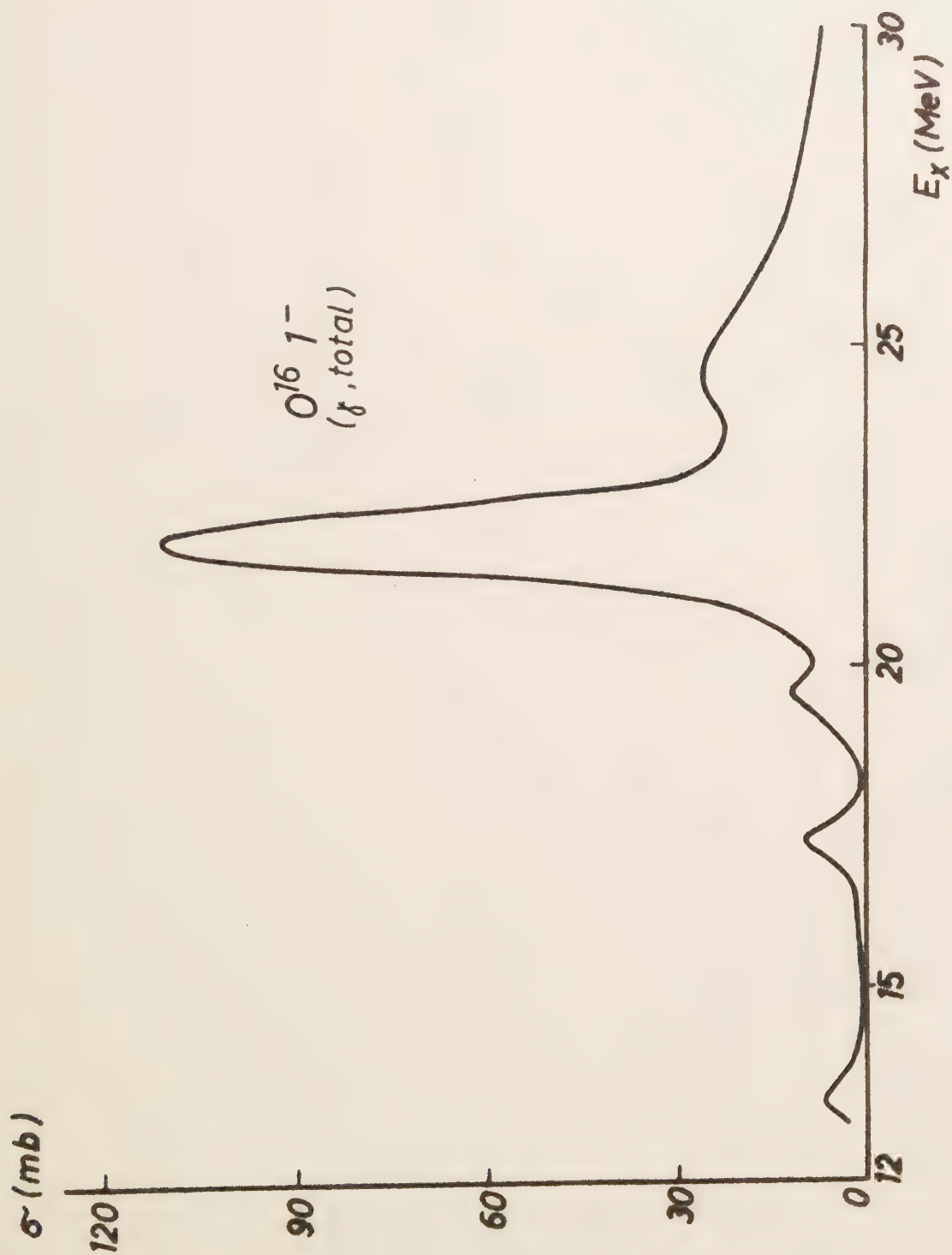
Figur 7b



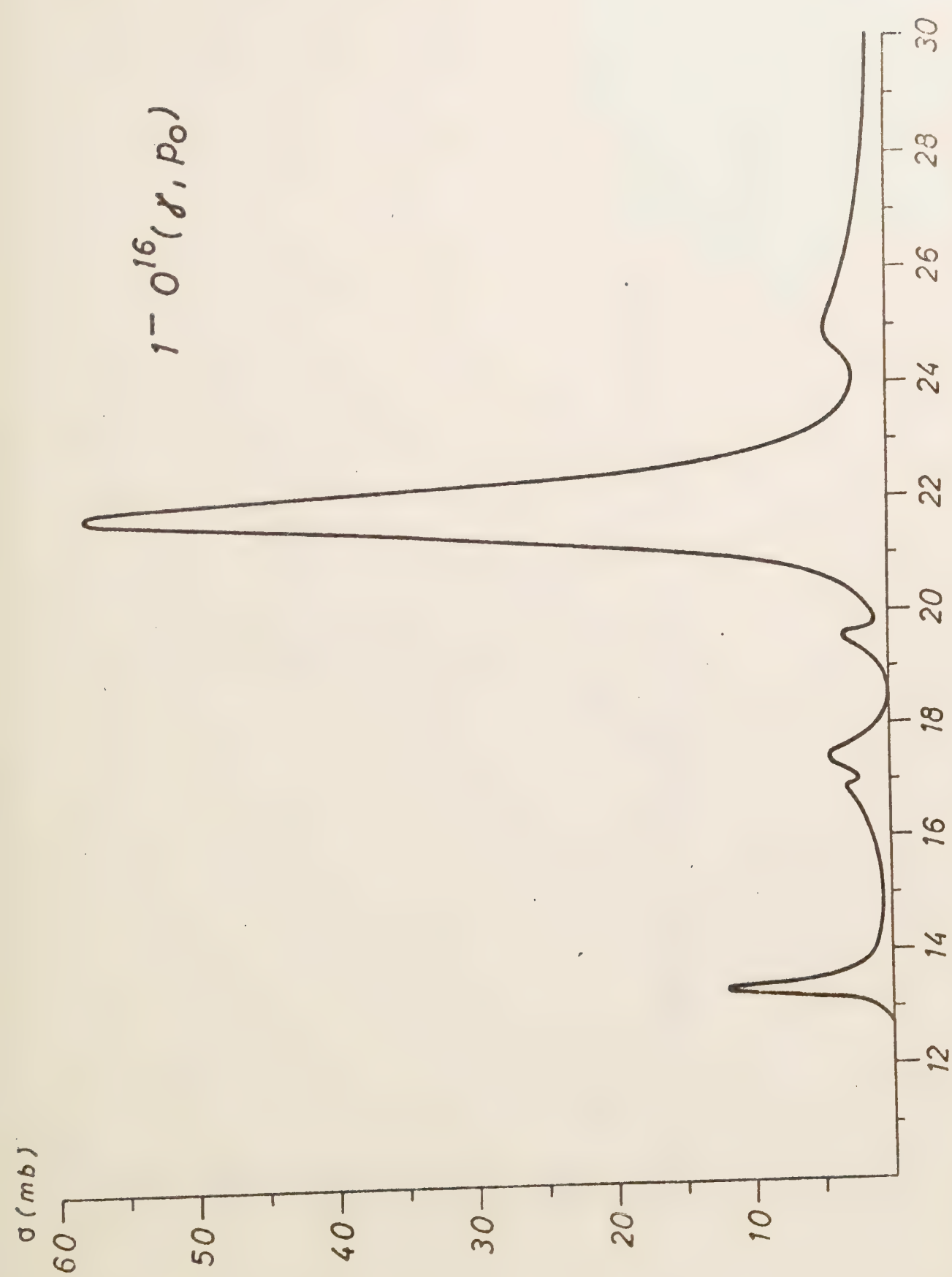
Figur 8



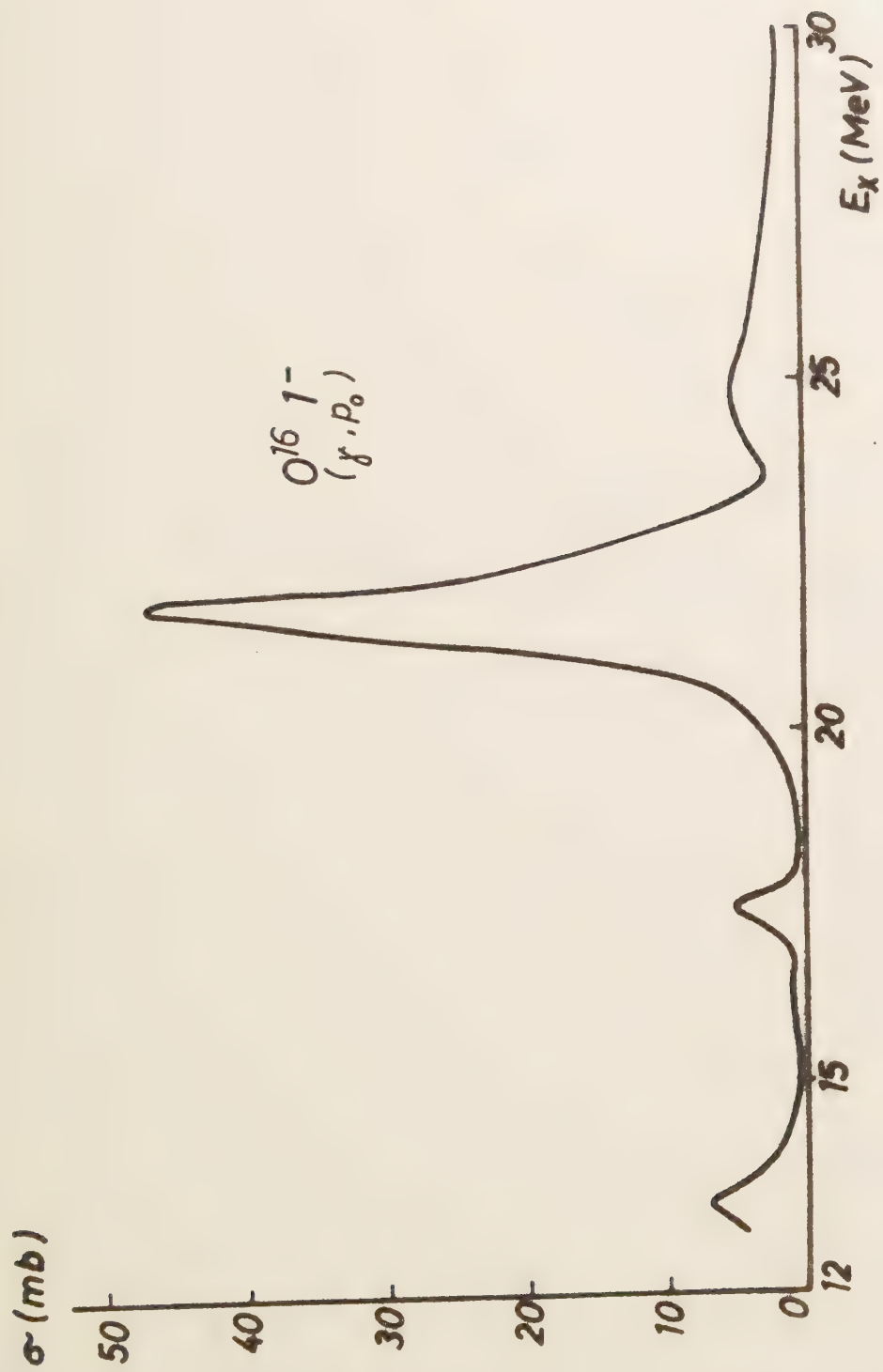
Figur 9a



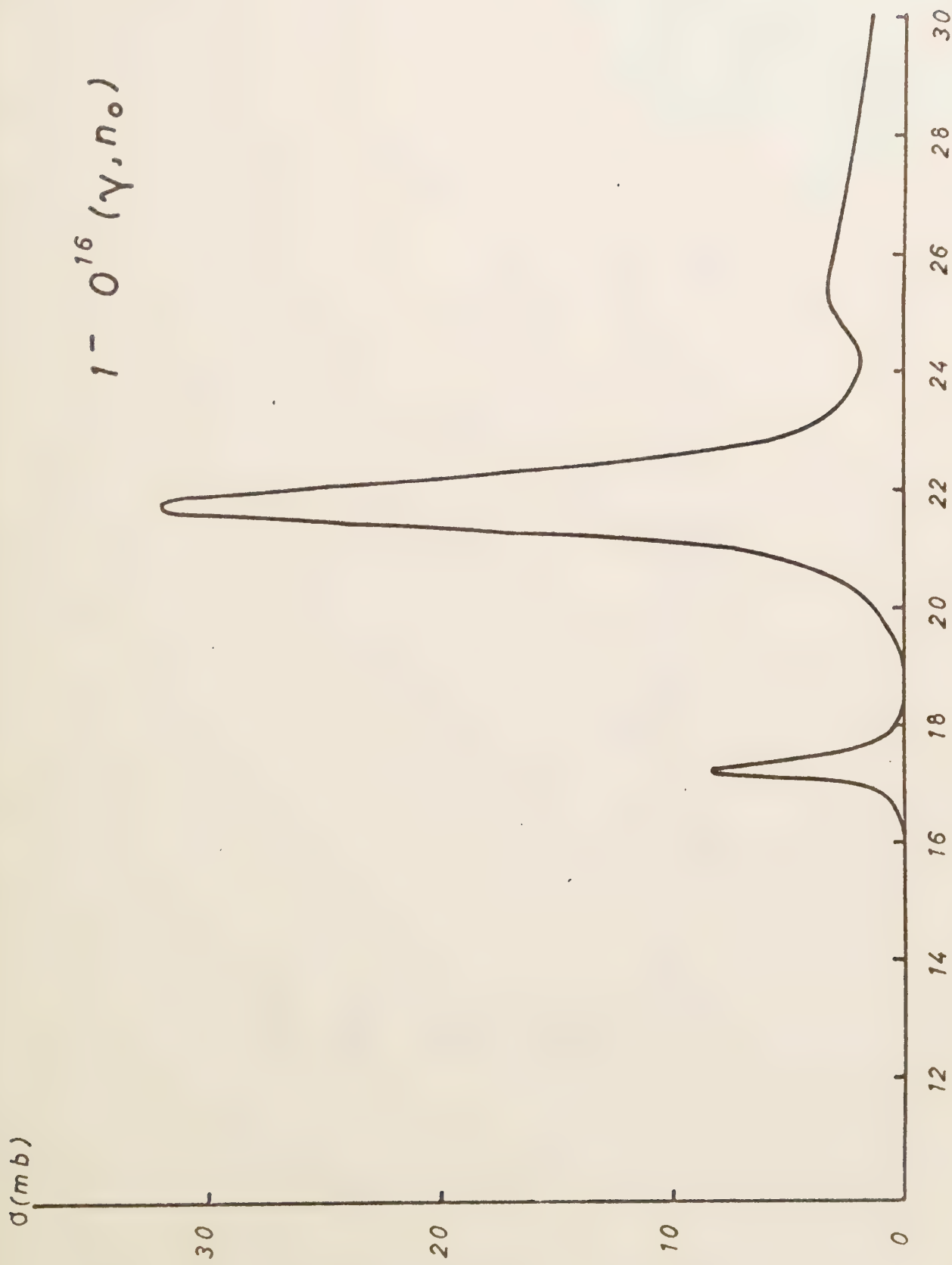
Figur 9b



Figur 10a

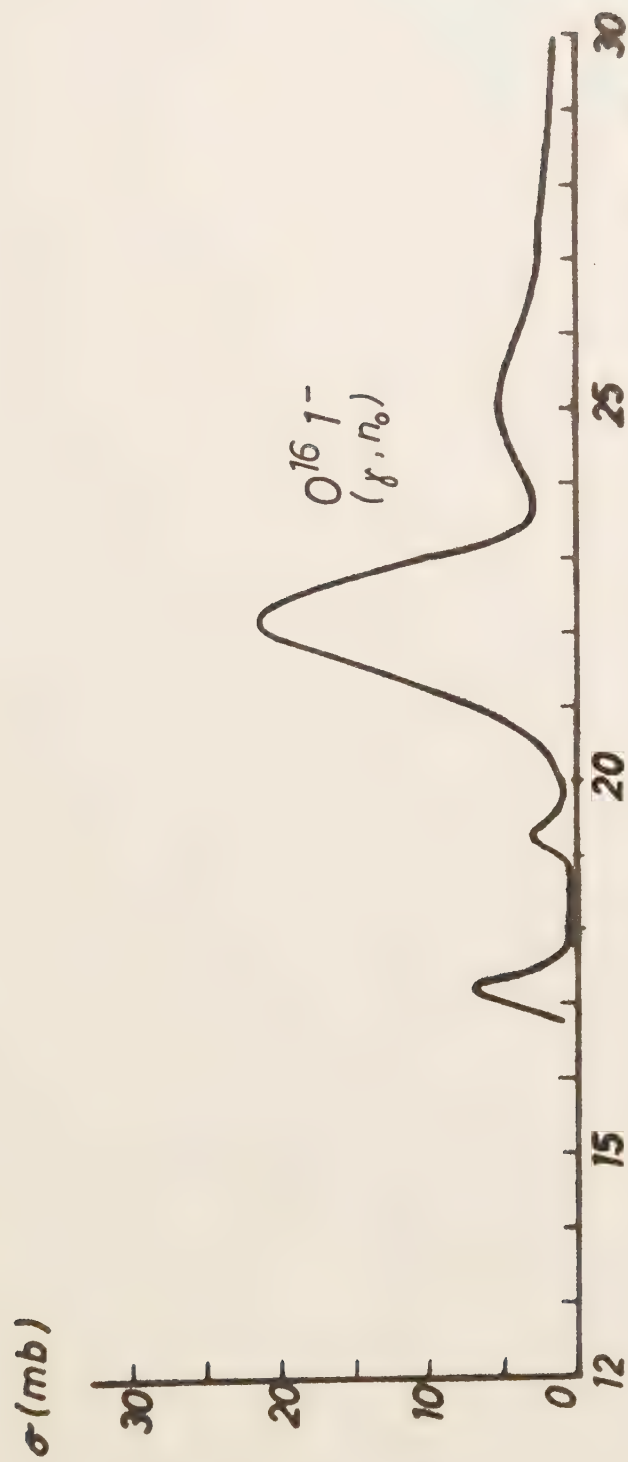


Figur 10b

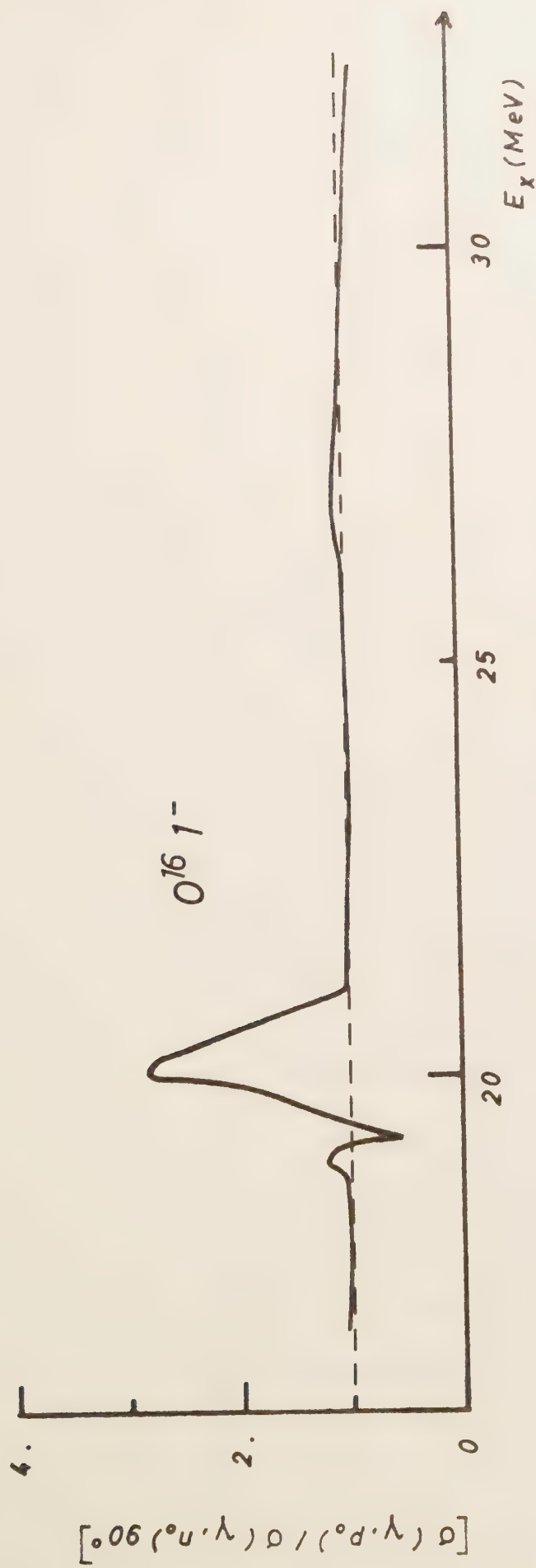


E_x (MeV)

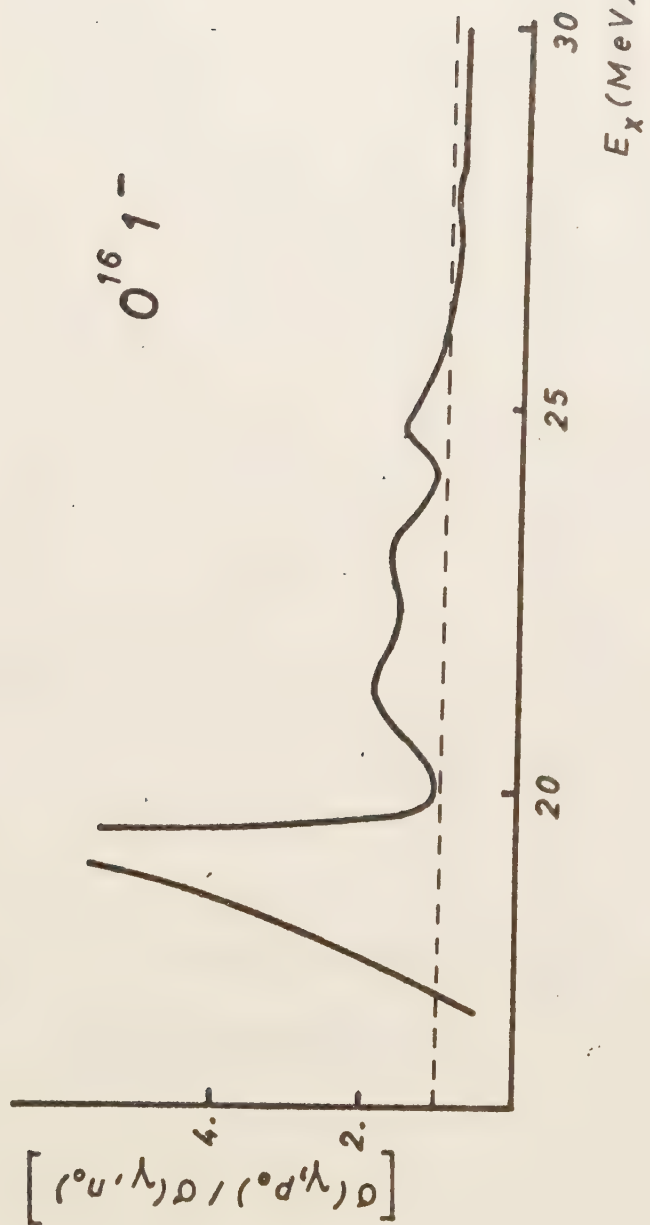
Figure 11a



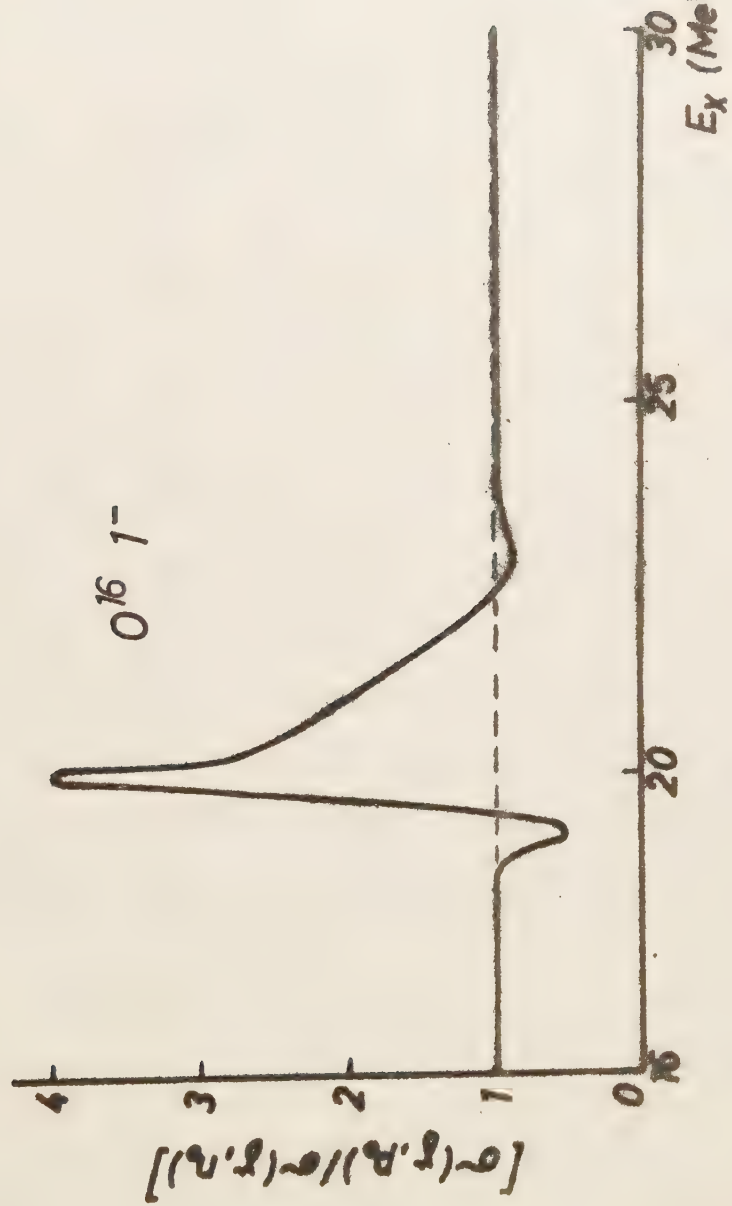
Figur 11b



Figur 12



E_x (MeV)
 Figure 13a



Figur 13b

Lebenslauf

Ich wurde am 22.2.1939 in Gizeh (VAR) als Sohn des Beamten Ahmed . Ahmed Rabie und seiner Ehefrau Fatma geb. Afifi geboren. Mein Vater starb 1942. Von 1946 bis 1950 besuchte ich die Grundschule in Gizeh, von 1950 bis 1956 war ich auf dem Gymnasium in Gizeh. Ab Herbst 1956 bis 1961 studierte ich Mathematik und Physik (BSC, Note: sehr gut) and der Universität Kairo. 1961 wurde ich Assistent bei "Atomic Energy Establishment" in der Abteilung für Theoretische Kernpyhsik in Inchas(VAR). Von 1963 bis 1966 studierte ich um den M.S.C. zu erhalten. Während dieser Zeit veröffentlichte ich drei Arbeiten. Von August 1966 bis Februar 1967 war ich Gast im Institut für Kernphysik in Frankfurt/M., wo ich mit Herrn Prof. Bass zusammenarbeitete. Im Februar 1967 wurde ich Hilfsassistent in Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt/M, wo ich unter Herrn Prof. Greiner als Doktorand arbeitete.

Meinem Gott danke ich betend für den Mut und die Ausdauer.

Meinem Lehrer Herrn Prof.Dr. W. Greiner möchte ich vor allem herzlichst danken für das empfohlene Thema, sowie für seine Unterstützung und die Anregungen, die mir eine große aktive Hilfe bei meiner Arbeit waren.

Danken möchte ich ebenfalls Herrn Priv.Doiz.Dr. H.G. Wahsweiler für seine nützlichen Vorschläge.

Mein Dank gilt auch Herrn Dr. P.P. Delsanto, sowie allen meinen Kollegen, die sich für mich bemüht haben.

Für die sprachliche und sonstige Mithilfe, die ich benötigte, danke ich Frau Giesela F. Soliman, Frl. Waltraut Pretsch sowie den Herren Dr. P. Antony-Spies, O. El-Schabassy, G. Gamgoum, Dr. V. Hensel, A. Hilal, A. Nagi und R. Venk.

Die Hilfsbereitschaft und die sachverständige Beratung seitens der Mitarbeiter des Instituts für Angewandte Mathematik der Kernforschungsanlage Jülich erkenne ich dankbar an.

Frau Knolle danke ich sehr für das Tippen des Manuskriptes, ebenso Frau Utschig für ihre große Mithilfe bei den Zeichnungen und Herrn Brose für die Ausführung der Druckarbeiten.

Dem Institut für Theoretische Physik danke ich für die finanzielle Unterstützung meiner Arbeit.

